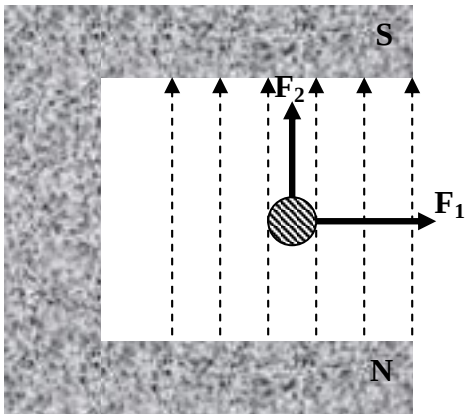
۴) فصل چهارم: ولتاژ القائی[1]

چنانچه در یک میدان مغناطیسی یکنواخت مطابق شکل ۱-۴ یک قطعه سیم هادی را قرار داده و به دو سر آن ولتمتر وصل کنیم ولتاژی در ابتدا مشاهده نخواهد شد. حال اگر سیم را در داخل میدان حرکت دهیم دو حالت ممکن است بوجود آید. اگر سیم را با اعمال نیرو در جهت F_1 به حرکت در آوریم عقربه ولتمتر تغییر مکان داده که نشان از ایجاد ولتاژ در دو سر سیم می باشد. اگر سیم را با اعمال نیرو در جهت F_2 به حرکت در آوریم تغییری در عقربه ولتمتر مشاهده نخواهد شد که نمایانگر عدم ایجاد ولتاژ در این حالت می باشد.



شکل ۱-۴ : القاء ولتاژ الکترو مغناطیسی در یک سیم هادی .

به عبارت دیگر وقتی سیم در جهت خطوط میدان حرکت داده می شود در سیم ولتاژ القاء نخواهد شد ولی وقتی سیم در جهت عمود بر خطوط میدان حرکت داده شود در سیم ولتاژ بوجود خواهد آمد.

این پدیده تحت عنوان القاء فاراده نامیده می شود که بیان می دارد چنانچه یک سیم هادی را در یک میدان مغناطیسی طوری حرکت دهیم که خطوط شار را قطع کند در این صورت در سیم هادی ولتاژ القاء خواهد شد که به نام ولتاژ القائی[2] الکترومغناطیسی نامیده می شود. این پدیده اولین بار توسط فاراده[3] فیزیکدان معروف کشف گردید لذا به نام او نامگذاری شده است. این پدیده به صورت یک اصل یا قانون در آمده است که به نام قانون فاراده معروف می باشد . طبق این قانون چنانچه یک سیم هادی در مدت ۱ ثانیه شاری معادل ۱ وبر (یکصد میلیون خط) را قطع نماید ولتاژی معادل یک ولت در سیم القاء خواهد شد. این قانون را می توان در مورد یک سیم هادی که به صورت ثابت در داخل یک میدان متغیر قرار دارد نیز بکار برد. در این حالت اگر شار متغیری از داخل یک سیم هادی عبور نماید، مقدار ولتاژ القاء شده در سیم متناسب خواهد بود با شدت تغییرات شار نسبت به زمان. بیان ریاضی این قانون به صورت زیر می باشد:

$$e = -N\frac{d\varphi}{dt} \qquad (۴-۱)$$

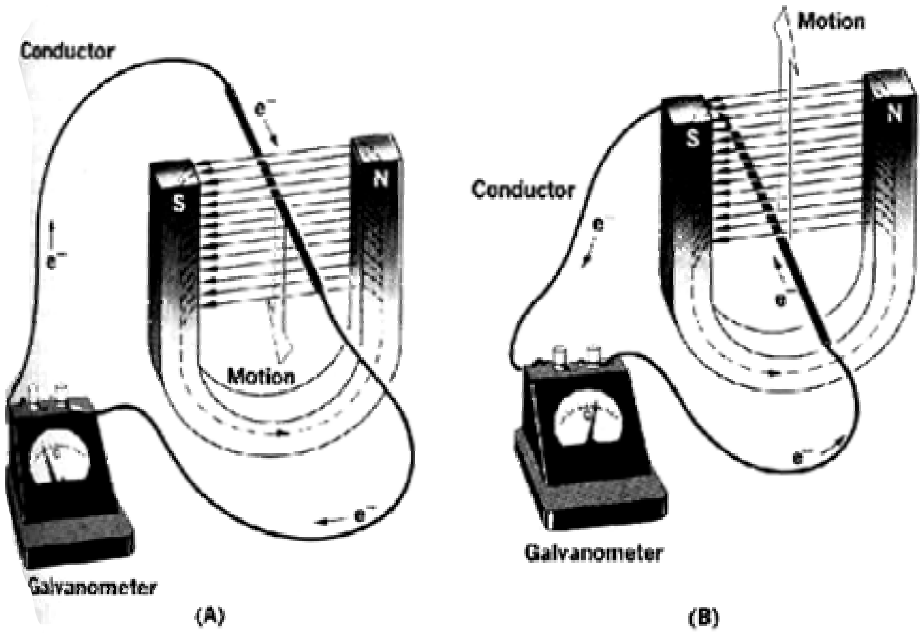
---

[1] Electromagnetic Induction
[2] Induced Voltage
[3] Faraday

در این رابطه N تعداد دور سیم پیچ و φ شار مغناطیسی می باشد. علامت منفی به دلیل قانون لنز می باشد که بیان می دارد ولتاژ القاء شده همیشه با روند تغییرات شار مخالفت می کند. در مورد این قانون بعداً بیشتر بحث خواهد شد.

۱-۴) فرم و جهت ولتاژ القاء شده

با توجه به شکل ۱-۴ و ۲-۴ و بااستفاده از قانون دست راست فلمینگ[1] می توان جهت ولتاژ القائی را در یک سیم متحرک بدست آورد. بر اساس این قانون اگر انگشت سبابه دست راست در جهت خطوط میدان و انگشت شصت در جهت حرکت سیم قرار گیرد انگشت وسط جهت ولتاژ (جریان) را نشان خواهد داد.



شکل۲-۴: جهت ولتاژ القائی

در شکل ۲-۴ اگر به جای اینکه سیم هادی کاملاً عمود بر خطوط میدان باشد و کاملاً عمود بر خطوط میدان حرکت نماید، تحت زاویه خاصی مثل نسبت به خطوط میدان حرکت نماید و تحت زاویه خاصی مثل نسبت به خطوط میدان قرار گیرد ولتاژ القائی به صورت برداری و از طریق زیر تعیین می گردد:

$$\vec{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \bullet \vec{\ell} \qquad (۴-۲)$$

و مقدار ولتاژ برابر

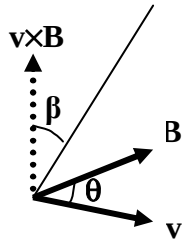
$$E_{ind} = Bv\ell \sin\theta \ \cos\beta \qquad (۴-۳)$$

در این رابطه

θ: زاویه بین جهت شار (B) و جهت حرکت (v)

β : زاویه بین امتداد سیم و بردار (v×B)

ℓ: بردار بیان کننده امتدادسیم با طول موثر



[1] Fleming's Right Hand Rule

در حالتیکه امتدادسیم عمود بر صفحه ای باشد که دو بردار v و B قرار دارند در این حالت بـردار $(v\times B)$ دقیقاً در امتداد ℓ قرار داشته بطوریکه $\beta=0$ لذا مقدار ولتاژ القائی برابر:

$$E_{ind} = v B \ell \sin\theta \qquad (۴-۴)$$

مثال:

اگر یک سیم هادی به طول ۰/۵ متر را در یک میدان یکنواخت به عرض ۲۰ سانتی متر و با چگالی شار B ۱/۵ T با سرعت ۱/۳ متر در ثانیه به دو صورت زیر حرکت دهیم مقدار ولتاژ القائی را محاسبه نمائید:

الف) جهت حرکت زاویه ۵۵ درجه با جهت میدان داشته باشد

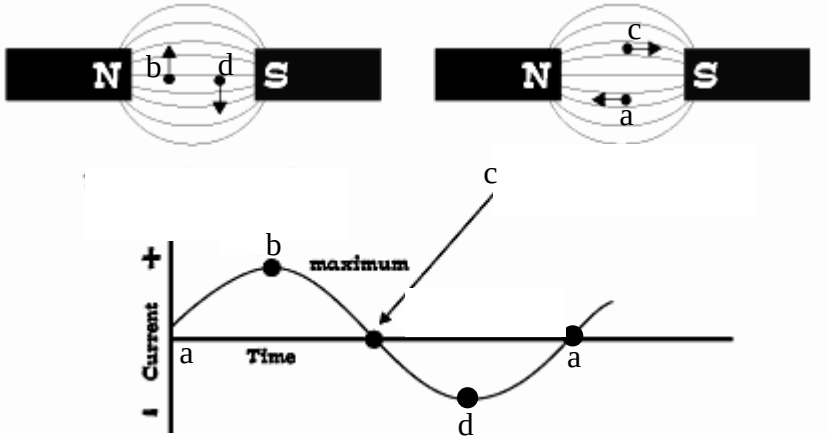
ب)) جهت حرکت زاویه ۹۰ درجه با جهت میدان داشته باشد

$E_1=1.5(0.2)(1.3)\sin(55)=0.22\ v$

$E_2=1.5(0.2)(1.3)\sin(90)=0.39\ v$

۲-۴) بررسی ولتاژ القائی در یک سیم در یک مسیر دایره ای

با توجه به شکل ۳-۴ چنانچه یک سیم هادی را در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دهیم و آن را بر روی یک مسیر دایره ای با سرعتی ثابت در خلاف عقربه های ساعت به حرکت دراوریم با توجه به جهت شـار و سرعت هادی در هر لحظه موارد زیر رادر یک دور حرکت سیم می توان مشاهده نمود.



شکل۳-۴: ولتاژ القائی در یک سیم هادی در یک مسیر دایره ای

۱- در لحظه $t_1=0$ هنگامیکه سیم در نقطه a قراردارد بردار شار و سرعت هم راستا بوده لذا $\theta = 0$ بـوده در نتیجه در این لحظه ولتاژی القاء نخواهد شد

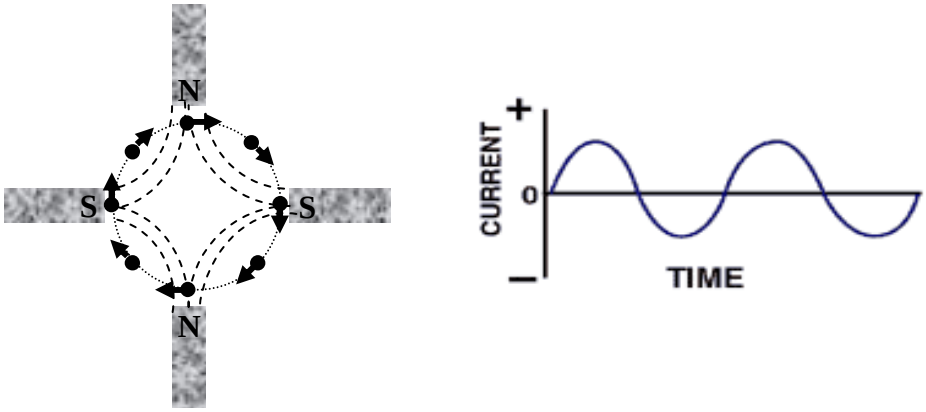
۲- در لحظه ای که سیم در نقطه b قرار دارد بردار شار،سرعت و امتداد سیم در سه جهت عمود بر هـم قرار داشته لذا θ و β در رابطه ۳-۴ به ترتیب برابر ۹۰ و صفر درجه است لذا حـداکثر ولتـاژ القـاء خواهد شد

۳- در لحظه ای که سیم در نقطه c قرار دارد بردار شار و سرعت هم راستا بوده لذا $\theta = 0$ بوده در نتیجه در این لحظه نیز ولتاژی القاء نخواهد شد

۴- با حرکت از نقطه c به طرف نقطه d وقتی که به مقابل نقطه d برسد در این حالت مجدداً بردار شار،سرعت و امتداد سیم در سه راستای عمود بر هم قرار داشته لذا θ و β در رابطه ۳-۴ به ترتیب برابر ۹۰ و صفر درجه است لذا حداکثر ولتاژ القاء خواهد شد ولی چون جهت حرکت سیم در این لحظه بر خلاف جهت حرکت آن در نقطه b خواهد بود لذا جهت ولتاژ عکس نقطه b بوده ولی از نظر مقدار با هم برابر خواهند بود($\theta=0$ و $E_{ind}= -E_{max}$).

۵- با ادامه چرخش سیم به طرف نقطه a هنگامیکه سیم از مقابل این نقطه می گذردمجدداً ولتاژ صفر خواهد شد.

۶- با توجه به اینکه امتداد سیم و شار در حین دوران سیم ثابت می باشد و تنها جهت بردار سرعت به صورت سینوسی تغییر می کند لذا نتیجه گرفته می شود که تغییرات ولتاژ نیز به صورت سینوسی تغییر می کند. در این حالت با یک دور چرخش کامل سیم یک سیکل کامل از القاء ولتاژ بوجود خواهد آمد (شکل۳-۴).چنانچه سیم فوق را در میدانی با ۴ قطب دوران دهیم (شکل۴-۴) در یک دور کامل سیم هادی دو سیکل انجام می گردد. بعبارت دیگر با دو برابر شدن قطبها فرکانس ولتاژ القایی نیز دو برابر می گردد.



شکل۴-۴: ولتاژ القائی در یک سیم هادی در میدانی با چهار قطب.

۳-۴) ولتاژ متوسط القاء شده در یک سیم هادی

رابطه ۳-۴ ولتاژ لحظه ای القاء شده در سیم را تعیین می کند. چنانچه بخواهیم متوسط ولتاژ القاء شده را بین دو نقطه a وb در شکل ۳-۴ یعنی در فاصله زمانی که ولتاژ از صفر به حداکثر مقدار خود می رسد محاسبه نمائیم از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$E_{ave} = \frac{1}{2}\frac{\varphi}{t} \qquad (۴-۵)$$

φ: شار

t : زمان لازم برای طی شدن مسیر a تاb یعنی مسیری که ولتاژ از صفر به حد اکثر مقدار خود می رسد.

مثال:

اگر سرعت سیم هادی برابر ۱۲۵ رادیان بر ثانیه باشدو در میدانی دو قطبی با شاری برابر ۰/۰۰۱ وبر چرخیده شود ولتاژ متوسط القاء شده را محاسبه کنید:

حل:

در یک میدان دو قطبی با دورا ن سیم به میزان $\frac{\pi}{2}$ ولتاژ از صفر به حداکثر مقدار خود می رسد لذا با یک تناسب داریم:

$$t = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{125} = 0.0126 \ \ (s)$$

$$E_{ave} = \frac{1}{2} \times \frac{0.001}{0.0126} = 0.0397 \ \ (v)$$

از انجائیکه محاسبه t برای میدانهایی بیشتر از دو قطب قدری مشکل می باشد ولتاژ متوسط القاء شده را می توان بر حسب تعداد قطب و سرعت دورانی بدست آورد:

$$E_{ave} = \frac{\varphi P \omega}{2\pi} \qquad (۴-۶)$$

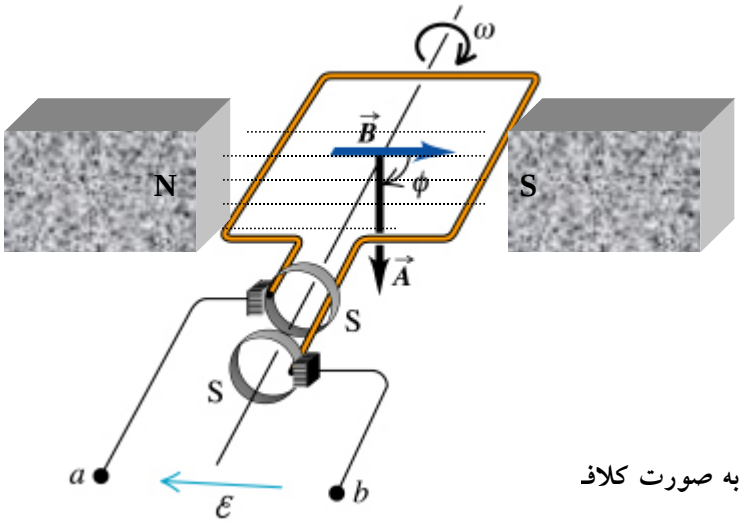
P: تعدادقطب

ω : دورانی بر حسب رادیان بر ثانیه

φ: شار برحسب وبر

۴-۴) ولتاژ القائی در یک کلاف دوار

از آنجائیکه در یک حلقه سیم یک طول رفت و یک طول برگشت در داخل میدان قرار داردلذا اگر کلافی با N دور داشته باشیم تعداد هادیهای موثر در ولتاژ القائی برابر 2N خواهد بود (شکل ۵-۴). طبق قانون دست راست فلمینگ چنانچه کلاف در جهت عقربه های ساعت بچرخد در سیم هادی سمت چپ جریان بداخل صفحه و در هادی سمت راست به خارج از صفحه خواهد بود لذا ولتاژ در هر دور از کلاف با هم قابل جمع خواهد بود.



شکل۵-۴: ولتاژ القائی در یک سیم هادی به صورت کلاف

بنابر این ولتاژ کل القاء شده در هر دور از کلاف دو برابر یک سیم هادی خواهد بود:

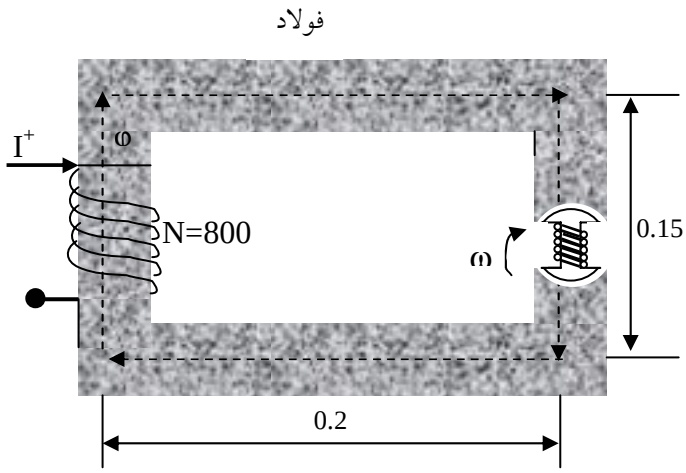
$$E_{ave} = \frac{\varphi\, P\omega}{\pi} \qquad (۴-۷)$$

و در کلافی با N دور مقدار متوسط ولتاژ برابر:

$$E_{ave} = \frac{N\varphi\, P\omega}{\pi} \qquad (۴-۸)$$

مثال:

چنانچه در سیستم شکل مقابل یک کلاف ۵۰ دوری بدور استوانه ای از جنس فولاد ریختگی پیچیده شده باشد و این استوانه با سرعت ۱۸۸ رادیان بر ثانیه بچرخد و بخواهیم ولتاژ متوسط القاء شده در کلاف دوار ۲۵ ولت باشدشدت جریان سیم پیچ تحریک را محاسبه نمائید. سطح مقطع هسته ساکن و استوانه ۰/۰۰۲۵ متر مربع و فواصل هوایی۱/۳ میلی متر است.



حل:

از رابطه (۴-۸) داریم:

$$= \frac{E_{ave}\pi}{NP\omega} = \frac{25(\pi)}{(50)(2)(188)} = 4.187\times10^{-3}\ \ (wb)$$

$$B = \frac{\varphi}{A} = \frac{4.18\times10^{-3}}{2.5\times10^{-3}} = 1.67\ \ (T)$$

از منحنی B-H فولاد ریختگی: مقدار شدت میدان مغناطیسی برای هسته ساکن و استوانه دوار برابر:

H=7300 A/m

و مقدار شدت میدان مغناطیسی برای فواصل هوایی برابر:

$$H_{Air} = \frac{B}{\mu_{\circ}} = \frac{1.67}{4\pi\times10^{-7}} = 1329000\ \ A/m$$

افت مغناطیسی در بخش فولادی:

H_{L1}=7300(0.2+0.2+0.15+0.15)=5110 A

افت مغناطیسی در فواصل هوایی:

H_{L2}=1329000(0.0013)(2)=3455

$$MMF = \sum H_L = 5110 + 3455 = 8565\ \ (A)$$

$$NI = MMF \Rightarrow I = \frac{MMF}{N} = \frac{8565}{800} = 10.7\ \ (A)$$

۴-۵) شدت جریان موثر[1] در جریان متناوب (RMS)[2]

طبق تعریف شدت جریان موثر (I_e) شدت جریانی است که یک منبع جریان متناوب باید داشته باشد تا در زمان واحد همان کاری را انجام دهد که یک جریان دائم انجام می دهد. چنانچه جریان متناوبی با تغییرات $I_{(t)} = I_{Max} \sin(\omega t)$ از داخل یک مقاومت عبور نماید، عبور جریان در زمان dt تولید انرژی گرمایی می کند که برابر:

$$dw = RI_{(t)}^2 \, dt \qquad (۴-۹)$$

لذا کل انرژی گرمایی برای این جریان در طی یک پریود یا سیکل کامل برابر:

$$W = \int_0^T RI_{(t)}^2 \, dt \qquad (۴-۱۰)$$

از طرف دیگر عبور جریان پیوسته و دائم DC با مقدار ثابت I_e از همان مقاومت و در زمان T ایجاد گرمایی می کند که برابر:

$$W = R I_e^2 T \qquad (۴-۱۱)$$

بنابراین چون طبق تعریف، این دو مقدار کار یا انرژی با هم برابر هستند روابط (۴-۱۰) و (۴-۱۱) را با هم برابر قرار می دهیم:

$$RI_e^2 T = R\int_0^T I_{(t)}^2 dt$$

و به این ترتیب مقدار جریان موثر در جریان متناوب برابر:

$$I_e = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_{(t)}^2 dt} \qquad (۴-۱۲)$$

رابطه (۴-۱۲) جذر یک تابع سینوسی است که با توجه به اینکه در یک جریان سینوسی داریم:

$$I_{(t)} = I_{Max} \sin(\omega t)$$

$$I_e^2 = \frac{1}{T}\int_0^T I_{Max}^2 \sin^2(\omega t) dt$$

$$I_e^2 = \frac{I_{Max}^2}{T}\int_0^T \sin^2(\omega t) dt$$

از آنجائیکه $\sin^2(\omega t) = \frac{1-\cos(2\omega t)}{2}$ است لذا داریم:

$$I_e^2 = \frac{I_{Max}^2}{2T}\left[\int_0^T dt - \int_0^T \cos(2\omega t) dt\right]$$

$$I_e^2 = \frac{I_{Max}^2}{2T}\left[T - (\frac{1}{2\omega}(\sin(2\omega t))\right]_0^T$$

با توجه به اینکه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ است داریم:

---

[1] Effective Current
[2] Root Mean Square

$$I_e^2 = \frac{I_{Max}^2}{2T}(T-0)$$

$$I_e^2 = \frac{I_{Max}^2}{2}$$

$$I_e = \frac{I_{Max}}{\sqrt{2}} \qquad (۴-۱۳)$$

رابطه (۴-۱۳) جریان موثر یا جریان معادل و یا جریان RMS نامیده می شود.

از آنجائیکه در جریان متناوب مقدار جریان معادل اندازه گیری می شود درجه بندی آمپرمتر برای جریان متناوب و مستقیم یکسان خواهد بود. بنابراین یک نوع آمپر متر برای هر دو نوع جریان استفاده می شودو همین طور فیوزهای حرارتی و کلیه دستگاه های حرارتی با هر دو جریان قابل استفاده خواهد بود.

۴-۵-۱) اختلاف پتانسیل (ولتاژ) موثر در جریان متناوب

از انجائیکه تغییرات جریان و ولتاژ در جریان متناوب یکسان است همان روابطی که برای جریان بدست آمد برای ولتاژ موثر نیز وجود دارد

$$I_{(t)} = I_{Max} \sin(\omega t)$$

$$V_{(t)} = V_{Max} \sin(\omega t)$$

$$I_e = \frac{I_{Max}}{\sqrt{2}}$$

$$V_e = \frac{V_{Max}}{\sqrt{2}}$$

۴-۶) توان متوسط در جریان متناوب

داریم

$$V_{(t)} = V_{max} \sin(\omega t)$$

$$I_{(t)} = I_{max} \sin(\omega t)$$

$$P_{(t)} = V_{(t)} I_{(t)}$$

$$P_{(t)} = V_{max} I_{max} \sin^2(\omega t)$$

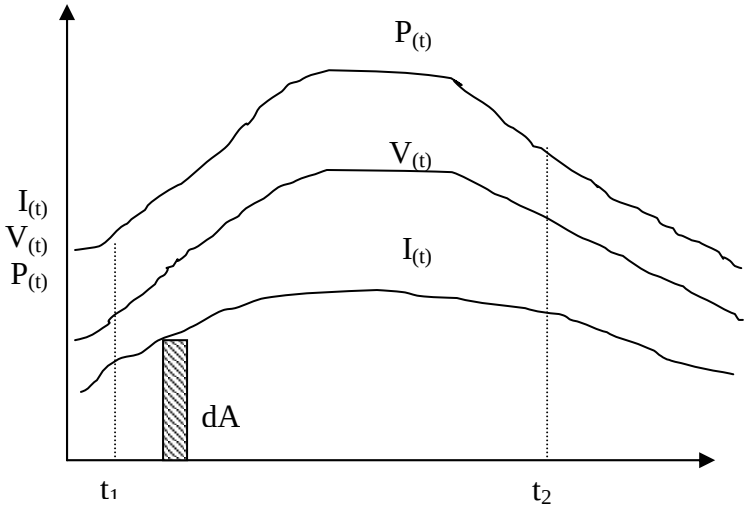
توان در طی یک سیکل کامل برابر:

$$P_{ave} = \frac{1}{T}\int P_{(t)}\,dt$$

$$P_{ave} = \frac{1}{T}\int_0^T V_{max} I_{Max}\left(\frac{1-\cos(2\omega t)}{2}\right)dt$$

$$P_{ave} = I_{rms} \cdot V_{rms}$$

مقایسه جریان و ولتاژ موثر و متوسط در جریانهای متناوب:



چنانچه تغییرات ولتاژ و جریانی به صورت زیر باشد در هر لحظه توان برابر:

$$P_{(t)}=V_{(t)}\,I_{(t)}$$

اگر بخواهیم مقادیر متوسط توان را در یک بازه زمانی داشته باشیم باید ولتاژ و جریان موثر را در این مدت داشته باشیم. اگـر از زمان t_1 به t_2 برویم چون جریان و ولتاژ هر دو متغییر هستند می توان مقادیر متوسط را برای آنها در این فاصله زمانی به صـورت زیر بدست آورد. مقدار متوسط بـرای هـر یک از مقادیر به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\text{Average value}=\frac{\text{Area under curve}}{\Delta t}$$

$$\text{Average value}=\frac{\int_A dA}{t_2-t_1}$$

$$I_{ave}=\frac{\int_A dA}{t_2-t_1}=\frac{\int I_{(t)}dt}{t_2-t_1}$$

$$V_{ave}=\frac{\int_A dA}{t_2-t_1}=\frac{\int V_{(t)}dt}{t_2-t_1}$$

$$P_{ave}=\frac{\int P_{(t)}dt}{t_2-t_1}=\frac{\int V_{(t)}I_{(t)}}{t_2-t_1}$$

می خواهیم معلوم کنیم آیا توان متوسط در این فاصله زمانی از حاصلضرب جریان و ولتاژ متوسط بدست می آید یا خیر؟

مثال:

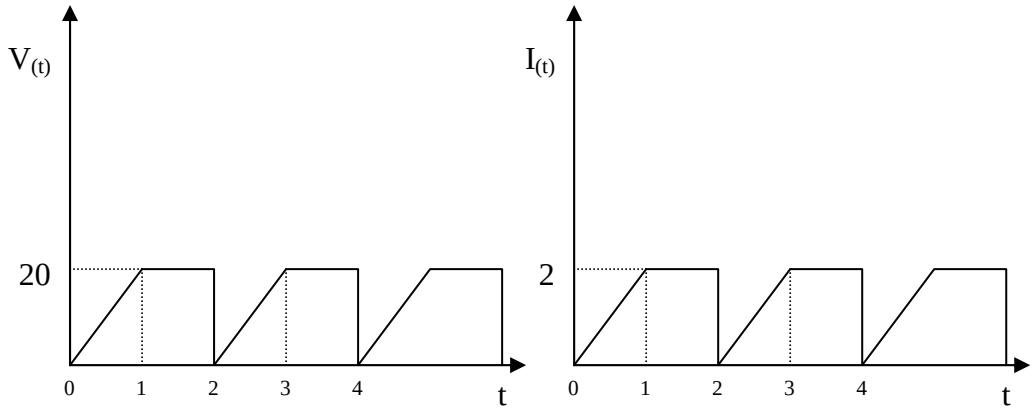
فرض کنید تغییرات ولتاژ و جریان نسبت به زمان به صورت زیر باشد:

$$V_{(t)}=\begin{cases}20t & 0<t<1\\ 20 & 1<t<2\end{cases}$$

$$I_{(t)}=\begin{cases}2t & 0<t<1\\ 2 & 1<t<2\end{cases}$$

مقادیر متوسط و موثر ولتاژ، جریان و توان را محاسبه کنید؟

رسم تابع تغییرات ولتاژ و جریان به صورت زیر می باشد:



از روی منحنی مقادیر متوسط ولتاژ و جریان برابر:

$$V_{ave} = \frac{\int_A dA}{t_2 - t_1} = \frac{\int V_{(t)} dt}{t_2 - t_1} = \frac{10 + 20}{2} = 15 \qquad volt$$

$$I_{ave} = \frac{\int_A dA}{t_2 - t_1} = \frac{\int I_{(t)} dt}{t_2 - t_1} = \frac{1 + 2}{2} = 1.5 \qquad A$$

$$P_{ave} = \frac{\int P_{(t)} dt}{t_2 - t_1} = \frac{\int V_{(t)} I_{(t)}}{t_2 - t_1} = \frac{\int_0^1 (20t)(2t)dt + \int_1^2 (20)(2)dt}{2}$$

$$P_{ave} = \frac{\frac{40t^3}{3}\Big|_0^1 + 40t\Big|_1^2}{2} = 26.67 \qquad W$$

ملاحظه می شود که حاصلضرب توان متوسط و جریان متوسط برابر:

$$15 \times 1.5 = 22.5 \neq 26.67$$

مقادیر ولتاژ و جریان RMS یا موثر برابر:

$$I_e = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_{(t)}^2 dt} = \left[\frac{\int_0^T I_{(t)}^2 dt}{\Delta t}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{\int_0^1 (20t)^2 + \int_1^2 (20)^2}{2}\right]^{\frac{1}{2}} = (\frac{800}{3})^{\frac{1}{2}} A$$

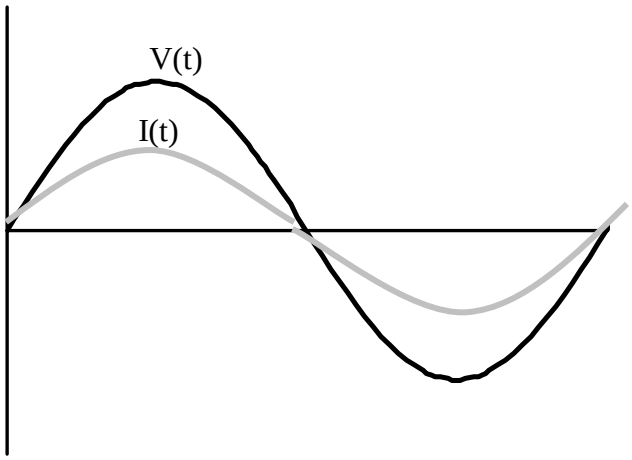
$$V_e = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_{(t)}^2 dt} = \left[\frac{\int_0^T V_{(t)}^2 dt}{\Delta t}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{\int_0^1 (2t)^2 + \int_1^2 (2)^2}{2}\right]^{\frac{1}{2}} = (\frac{8}{3})^{\frac{1}{2}} A$$

$$P_e = I_{rms} \cdot V_{rms} = (\frac{800}{3})^{\frac{1}{2}} \times (\frac{8}{3})^{\frac{1}{2}} = 26.67$$

بنابراین در جریانهای متناوب و یا متغیر برای محاسبه توان بایستی از مقـادیر RMS ولتـاژ و جریـان اسـفاده نمود.

تمرین:

برای جریان متناوبی که تغییرات ولتاژ و جریان سینوسی و به صورت زیر مـی باشـد مقـادیر متوسـط ومـوثر جریان و ولتاژ را در فاصله زمانی نیم سیکل بدست آورید و با هم مقایسه نمائید:



شکل۶-۴ : جریان متناوب در مداریکه مصرف کننده از نوع مقاومت اهمی خالص باشد.

۷-۴) قانون اهم برای جریان متناوب

الف) مداریکه شامل مقاومت خالص باشد ®.

عبور جریان متناوب از مقاومت سبب گرم شدن مقاومت می گردد. روابط حاکم بین ولتاژ، جریـان و مقاومـت می تواند به صورت لحظه ای برای جریان متناوب نیز مورد استفاده قرار گیرد لذا:

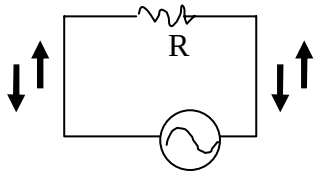
$$V_{(t)} = RI_{(t)}$$

$$V_{(t)} = V_{\max}\sin(\omega t) = V_e\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow I_{(t)} = \frac{V_e\sqrt{2}\sin(\omega t)}{R}$$

$$I(t) = I_e\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

$$I(t) = I_{Max}\sin(\omega t)$$



روابط فوق نشان می دهند که در مداری با جریان متناوب که مصرف کننده آن اهمی خالص اسـت تغییـرات ولتاژ و جریان هم فاز و شبیه به هم تغییر می کند یعنی ولتاژ و جریان با هم ماکزیمم، صفر و مینیمم می شوند (شکل ۴-۶). در این حالت می توان قانون اهم را هم برای مقادیر لحظه ای و هم مقادیر موثر و ماکزیمم بکار برد:

$$V_e = RI_e$$

$$V_e\sqrt{2} = RI_e\sqrt{2}$$

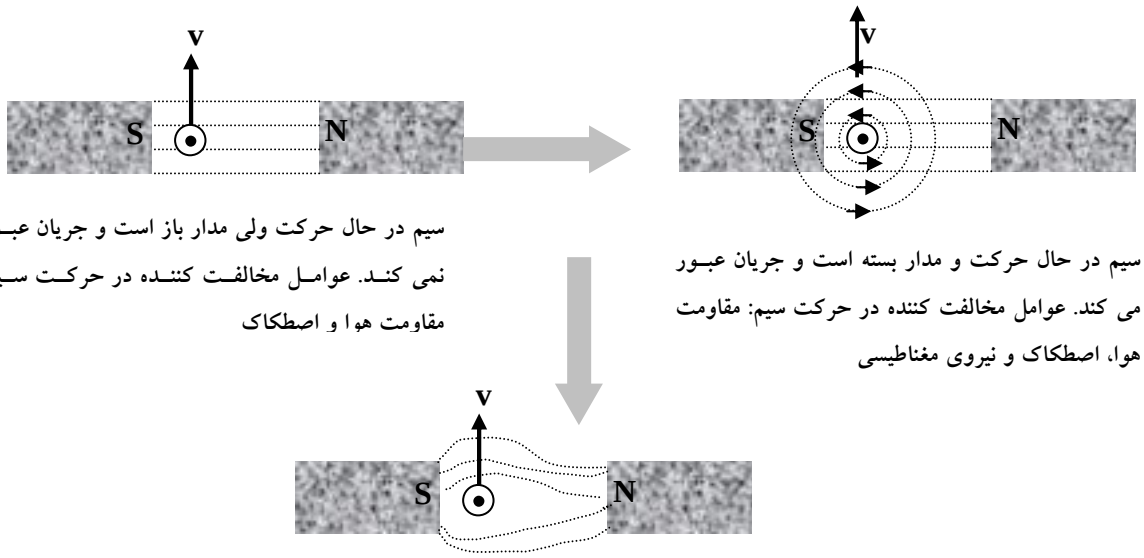
$$V_{Max} = RI_{\max}$$

ب)) مداریکه شامل فقط سلف خالص باشد

قانون لنز در مدارها و تجهیزات الکترو مغناطیس:

۱- سیم متحرک در یک میدان یکنواخت

قانون لنز قانونی باز دارنده بحساب می آید. این قانون را می توان هنگام القاء ولتاژ مورد بررسی قرار داد.قانون اهم در یک هادی متحرک در یک میدان مغناطیسی در شکل۶-۴ نشان داده شده است. به طور کلی این قانون بیان می دارد که میدان مغناطیسی ایجاد شده در اثر عبور جریان درسیم هادی همواره با حرکتی که منجر به القاء ولتاژ در هادی گردیده است مخالفت می کند. نتیجه اینکه با عبور جریان در سیم هادی میدان ایجاد شده در اطراف سیم با میدان اصلی مخالفت کرده به گونه ایکه مانع از حرکت سیم می گردد. این پدیده توجیه کننده زیر بار رفتن ژنراتورها در هنگام کشیده شدن جریان از آنها است.



سیم در حال حرکت ولی مدار باز است و جریان عبور نمی کند. عوامل مخالفت کننده در حرکت سیم: مقاومت هوا و اصطکاک

سیم در حال حرکت و مدار بسته است و جریان عبور می کند. عوامل مخالفت کننده در حرکت سیم: مقاومت هوا، اصطکاک و نیروی مغناطیسی

عبور جریان در سیم باعث ایجاد مقاومت مغناطیسی در مقابل حرکت سیم می گردد

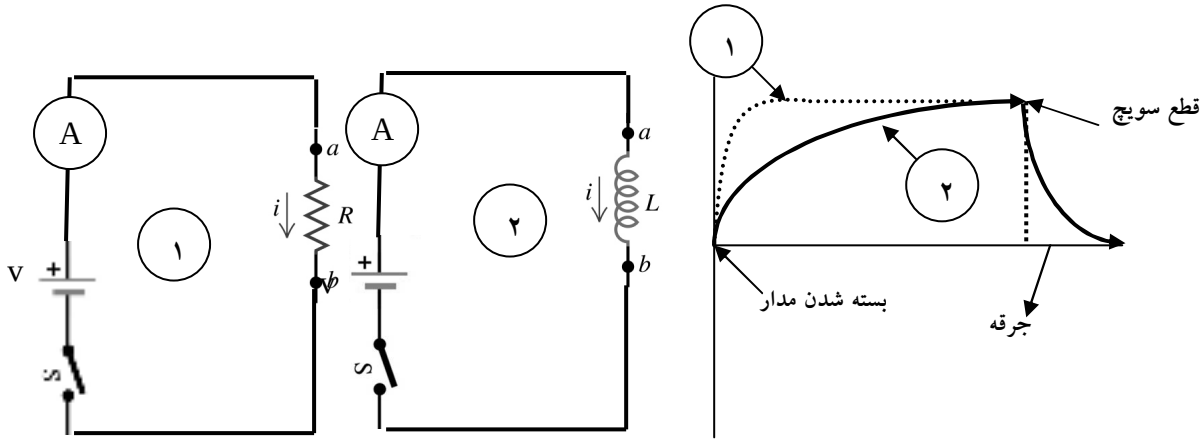
شکل ۶-۴: قانون لنز برای سیم در حال حرکت در یک میدان مغناطیسی

۲- عبور جریان متناوب از سیم پیچ

در هنگام عبور جریان متناوب از سیم پیچ، میدان متناوبی در اطراف سیم پیچ وجود خواهد داشت طبق قانون لنز در این هنگام ولتاژی در سیم پیچ القاء خواهد شد که که با تغییرات میدان اطراف سیم پیچ مخالفت می کند. تغییرات میدان اطراف سیم به دو صورت اتفاق می افتد: یا میدان در حال ضعیف شدن است و یا ممکن است میدان در حات قوی شدن باشد. اگر میدان در حال قوی شدن باشد یعنی جریان در حال زیاد شدن باشد، جهت ولتاژ القایی در سیم پیچ طوری خواهد بود تا مانع از زیاد شدن جریان شود لذا جهت ولتاژ در خلاف جهت ولتاژ اصلی بوده تا آن را تضعیف کند. اگر میدان اطراف سیم در حال ضعیف شدن باشد، یعنی جریان در حال کم شدن باشد، ولتاژ القایی در جهتی خواهد بود تا با کم شدن میدان مخالفت کند و لذا در این حالت با ولتاژ اصلی هم جهت شده تا مانع از ضعیف شدن جریان گردد.

تغییرات جریان و ولتاژ در موقع قطع و وصل سویچ در جریان مستقیم در مداری با مقاومت خالص و مداری با سلف خالص:

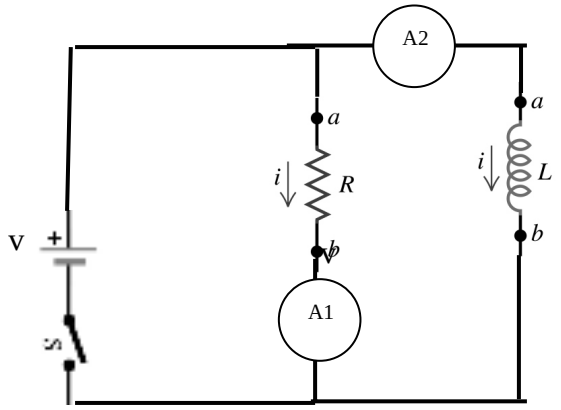
در مدار ۱ که تنها دارای مقاومت می باشد با بسته شدن مدار و اعمال ولتاژ V مدت زمان بسیار کمی (۰/۰۰۱ ثانیه) طول می کشد تا جریان به حداکثر مقدار خود برسد. در مدار ۲ که دارای مصرف کننده سلفی است با اعمال ولتاژ جریان شروع به اضافه شدن می کند باتوجه به قانون لنز چون میدان اطراف سلف در حال قوی شدن است ولتاژ خود القایی در جهتی بوجود می اید تا با زیاد شدن جریان اصلی مخالفت کند لذا مدت زمان نسبتاً طولانی تری طول می کشد تا جریان به حداکثر مقدار خود برسد.



شکل۷-۴: جریان و ولتاژ در جریان مستقیم در مداری با سلف و مقاومت اهمی

اگر سویچ قطع شود در مدار ۱ شدت جریان سریعاً صفر می شودولی در مدار ۲ با قطع سویچ چون میدان در حال ضعیف شدن است ولتاژ خود القائی هم جهت با ولتاژ اصلی بوده و اجازه نمی دهد که جریان سریعاً صفر شود. با این وجود چون قبلاً سویچ قطع و مدار باز شده است جریانی که پس از قطع سویچ بوجود می اید بصورت جرقه ظاهر خواهد شد. توجه شود که درست در لحظه قطع سویچ در مدار سلفی ولتاژ کل حاصل ولتاژ اصلی و ولتاژ خود القائی است لذا ولتاژ کل اعمال شده در مدار در این لحظه به مراتب بیشتر از لحظه وصل مدار خواهد بود. از این پدیده جهت ایجاد جرقه در سیستم برق موتور های احتراق جرقه ای استفاده می شود که در بخش بعد مورد بررسی قرار می گیرد

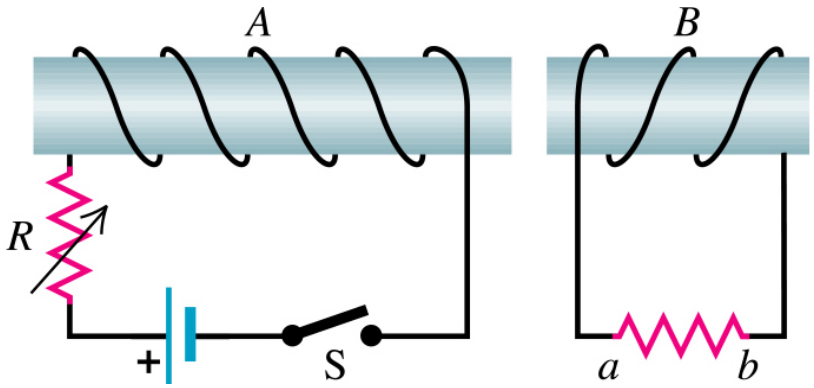
تمرین:



در شکل مقابل تغییرات ولتاژ و جریان را در آمپر متر شماره ۱ و ۲ نسبت به زمان به صورت نسبی ترسیم نمائید؟

۱-۷-۴) القاء دو بدو[1]

چنانچه دو سیم پیچ را بر روی دو هسته آهنی جدا از هم قرار دهیم و مطابق شکل۸-۴ به یکی از سیم پیچها جریان مستقیمی را وصل کنیم. به دلیل وجود سلف در مدار با وصل سویچ جریان شروع به زیاد شدن می کندو یک میدان مغناطیسی متغیر در هسته خود ایجاد خواهد کرد . این میدان متغییر وارد هسته سیم پیچ دوم شده و با وجود اینکه دو مدار از نظر الکتریکی به هم متصل نیستند در سیم پیچ دوم نیز ولتاژ القاء خواهد شد. القاء ولتاژ در هنگام قطع مدار نیز تکرار خواهد شد.



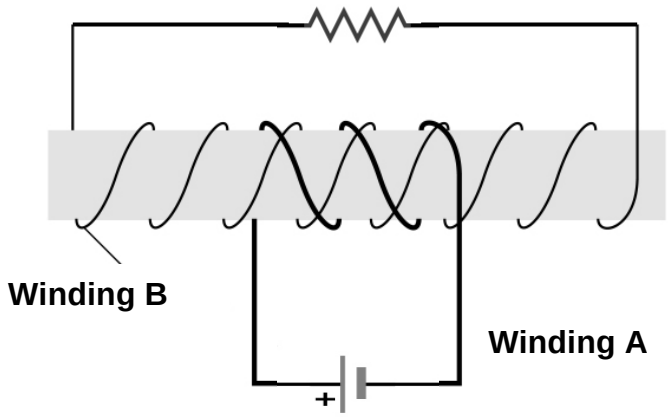
شکل۸-۴: القاء دوبدو در یک مدار با جریان مستقیم

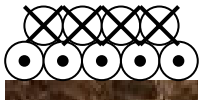
القاء دو بدو در کویل موتورهای احتراق جرقه ای

در سیستم برق موتورهای احتراق جرقه ای کویل وظیفه ایجاد ولتاژ بالا را به عهده دارد. اساس کار کویل بر پدیده القاء دو بدو متکی می باشد . این دستگاه دارای هسته ای فولادی است که دو سیم پیچ روی آن پیچیده شده است . سیم پیچ اولیه دارای سیم کلفت ولی تعداد دور کم می باشد در حالیکه سیم پیچ دوم دارای تعداد دور زیاد ولی نازک می باشد. (شکل۹-۴).

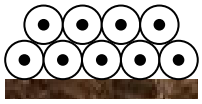
ولتاژ باطری به دو سر سیم پیچ اولیه متصل و پلاتین نقش سویچ قطع و وصل را بعهده دارد با بسته شدن پلاتین مدار در سیم پیچ اولیه بسته شده و چون جریان به تدریج زیاد می شود ولتاژ در ثانویه در جهت عکس اولیه القاء خواهد شد. با باز شدن پلاتین مدار اولیه باز شده و لذا در این لحظه ولتاژ القاء شده در ثانویه با اولیه هم جهت بوده و با عث تقویت ولتاژ خواهد شد بطوریکه در این لحظه ولتاژ القاء شده به مراتب بیشتر از هنگام وصل مدار خواهد بود . از طرفی چون تعداد دور ثانویه چندین برابر اولیه می باشد ولتاژ القاء شده در ثانویه که به طرف شمع ها می رود حدود هزار برابر ولتاژ اولیه خواهد بود.

[1] Mutual Induction





جریان در سیم پیچها هنگام وصل سویچ



جریان در سیم پیچها هنگام قطع سویچ

شکل۹-۴: القاء دو بدو در کویل موتورهای احتراق داخلی

با توجه به مطالب فوق نتیجه گرفته می شود که وجود سلف در مدار هنگامیکه در مدار تغییرات جریان وجود دارد باعث ایجاد ولتاژ خود القائی می گردد. بنابراین در جریانهای متناوب چون مرتباً جریان در حال تغییر است ولتاژ خود القائی هم وجود خواهد داشت. این پدیده سبب می گردد تا وقتی ک ولتاژ حداکثر است جریان صفر باشد. به عبارت دیگر ولتاژ و جریان با هم هم فاز نیستند به طوریکه همیشه ولتاژ به میزان ۹۰ درجه از جریان جلو تر می باشد. این پدیده به نام پس فازی[1] نامیده می شود. البته این حالت موقعی اتفاق می افتد که فرض شود مدار کاملاً سلفی یا اندوکتیو باشد.

پدیده پس فازی را می توان به صورت ریاضی نیز بیان کرد:

همانطور که قبلاً گفته شد ولتاژ القایی در اثر تغییرات جریان بوجود می آید به طوریکه می توان نوشت:

$$V_{(t)} \approx \frac{dI_{(t)}}{dt}$$

چنانچه ضریب خودالقائی[2] (L) مدار را داشته باشیم تناسب فوق به صورت تساوی زیر نوشته می شود:

$$V_{(t)} = L\frac{dI_{(t)}}{dt} \qquad (۴-۱۴)$$

قبلاً در جریان متناوب داشتیم:

$$I_{(t)} = I_e\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

حال اگر $I_{(t)}$ را در معادله ۱۴-۴ قرار داده و نسبت به زمان مشتق بگیریم:

$$V_{(t)} = \sqrt{2}L\omega I_e\cos(\omega t)$$

[1] Lagging
[2] Self Induction coefficient

از هندسه داریم:

$$\cos(\alpha) = \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)$$

$$V_{(t)} = L\omega I_e \sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$V_e = L\omega I_e$$

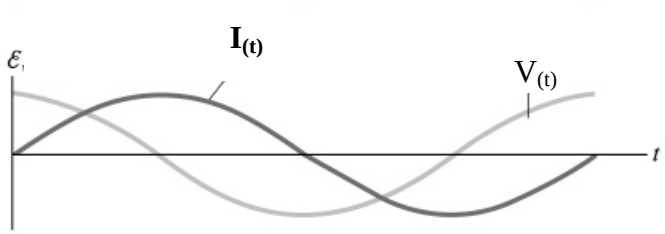
اگر فرض کنیم:

$$V_{(t)} = V_e \sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

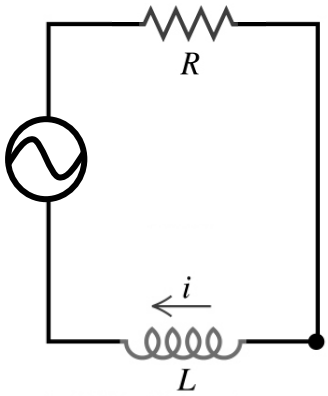
$$V_{(t)} = V_{Max} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

(۴-۱۵)

در رابطه $V_e = L\omega I_e$ مقدار $L\omega$ شبیه مقاومت بوده ولی چون اثر حرارتی ندارد به آن راکتانس[1] یا اندوکتانس[2] یا مقاومت القائی[3] گفته می شود. همچنین از رابطه $L\omega = \frac{V_e}{I_e}$ استنباط می شود که راکتانس یک مدار به ساختمان مدار (L) و فرکانس جریانی که از مدار می گذرد بستگی دارد. به عبارتی هر چه فرکانس جریان متناوب کمتر باشد میزا $L\omega$ کمتر بوده و سلف در برابر جریان مقاومت کمتری نشان می دهد. از طرفی معادله ۱۵-۴ نیز نشان می دهد که در مداریکه کاملاً سلفی است ولتاژ به اندازه ۹۰ درجه جلو افتادگی دارد که در بخش قبل به آن اشاره شد (شکل ۱۰-۴).



شکل ۱۰-۴: پدیده پس فازی در مداری که کاملاً اندوکتیو است.



ج) مدار شامل سلف و مقاومت به صورت توام:

این حالت به طور معمول در اکثر مصرف کننده ها وجود دارد. زیرا هر سلفی به خودی خود دارای مقداری مقاومت و هر مقاومتی که از آن جریان عبور کنددر اطراف آن میدان مغناطیسی بوجود می آید به طوریکه از خود ویژه گیهای یک سلف را نشان خواهد داد.

[1] Reactance
[2] Inductance
[3] Inductive reactance

معادله جریان متناوب برای مداریکه تواماً دارای مقاومت R و سلف L است به صورت:

$$I_{(t)} = I_e \sqrt{2} \sin(\omega t)$$

در چنین مدار جریان برای هر دو مصرف کننده R وL یکسان خواهد بود. از طرفی اختلاف پتانسیل کل مدار V_e برابر مجموع اختلاف پتانسیل در مقاومت و در سلف خواهد بود لذا:

برای مقاومت:

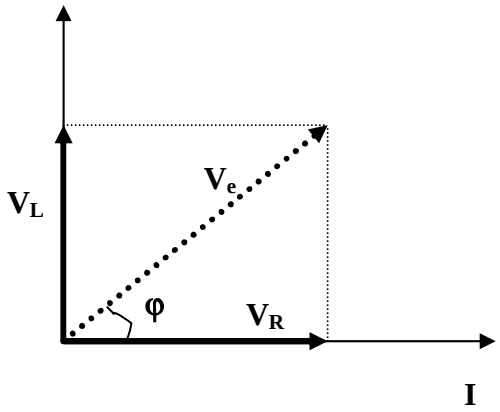
$$V_{(R)} = RI_e \sqrt{2} \sin(\omega t)$$

برای سلف:

$$V_{(L)} = L\omega I_e \sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

توجه شود که در اینگونه مدارها شدت جریان I_e هم از مقاومت و هم از سلف عبور کرده لذا جریان در کل مدار و جریان در مقاومت و جریان در سلف با هم، هم فاز خواهند بود. ولی همانطور که در بخش قبل اشاره شد ولتاژ V_L نسبت به I_L و همینطور I_R به میزان ۹۰ درجه اختلاف فاز داشته و جلو می افتد. در نتیجه ولتاژ در مقاومت و سلف با همدیگر همفاز نبوده ولذا ولتاژ کل مدار و مقدار اختلاف فاز آن با جریان کل مدار از طریق جمع برداری V_L و V_R بدست می آید:

$$\vec{V}_e = \vec{V}_R + \vec{V}_L$$



زاویه φ عبارتست از اختلاف فاز بین جریان موثر و ولتاژ موثر در کل مدار. همانطور که ملاحظه می شود این زاویه می تواند بین صفر (وقتی مدار فقط اهمی باشد) تا ۹۰ درجه (مدار کاملاً سلفی) تغییر نماید. بنابر این چنین مدار نیز پس فاز بوده ولی میزان پس فازی آن همیشه برابر و یا کمتر از ۹۰ درجه خواهد بود.

در هر حالت می توان نوشت:

$$Tan\varphi = \frac{V_L}{V_R} = \frac{L\omega I_e}{RI_e} = \frac{L\omega}{R}$$

$$\Rightarrow V_e^2 = V_R^2 + V_L^2 \qquad (۴-۱۶)$$

$$V_e^2 = R^2 I_e^2 + L^2\omega^2 I_e^2$$

$$V_e = I_e \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$$

در رابطه فوق ترم $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ از نوع مقاومت بوده و بنام امپدانس[1] مدار یا مقاومت ظاهری مدار شناخته می شود.

[1] Impedance

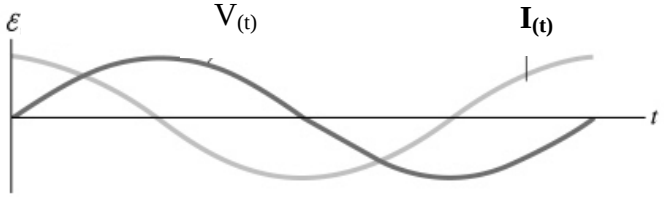
د) مدار شامل فقط خازن خالص:

چنانچه در مداری که حاوی خازن است جریان مستقیم عبور داده شوددر ابتدا که خازن خالی است ولتاژ دو سر خازن صفر بوده و الکترونها با حداکثر شدت جریان در مدار عبور کرده و در خازن بتدریج با انباشته گردیده و بدنبال آن اختلاف پتانسیل در دو صفحه خازن افزایش خواهد یافت. وقتی که خازن کاملاً پر شد اختلاف پتانسیل دو سر خازن به حداکثر مقدار خود می رسد و جریان صفر می گردد ودر این لحظه خازن در چنین مداری مثل یک مقاومت بی نهایت عمل می کند.. لذا می توان نوشت:

$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} I = I_{Max} \\ V = 0 \end{cases}$$

$$t = T \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \\ V = V_{Max} \end{cases}$$

چنانچه این خازن را به یک منبع جریان متناوب وصل کنیم چون جهت جریان متناوباً عوض می شود لذا در هر بار تعویض جهت جریان پلاریته خازن عوض شده و به این ترتیب جریان متناوب را از خود عبور می دهد به طوریکه در هر لحظه که جریان حداکثر است ولتاژ صفراست و باالعکس (شکل ۱۱-۴).



شکل۱۱-۴: تغییرات ولتاژ و جریان در مداریکه دارای خازن است.

با توجه به شکل۱۱-۴ ملاحظه می گردد که در چنین مداری جریان به اندازه ۹۰ درجه از ولتاژ جلو تر خواهد بود. به اینچنین مداری گفته می شود که پیش فاز[1] است. پدیده پیش فازی را می توان در مداری با جریان متناوب که دارای خازن است به صورت ریاضی نیز بیان نمود:

خازنی که تحت تاثیر ولتاژ متناوب V_t قرار می گیرد در تحت چنین شرایطی بار متغیری خواهد گرفت که برابر:

$$q_t = CV_t$$

$$V_t = V_e\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

$$q_t = CV_e\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

در یک مدت زمان کوتاه dt به طوریکه جهت جریان تغییر نکند مقدار بار ذخیره شده dq در خازن برابر:

$$dq = I_t dt$$

$$\Rightarrow I_t = \frac{dq}{dt}$$

$$I_t = CV_e\omega\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

$$I_t = CV_e\omega\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

[1] Leading

در رابطه فوق اگر فرض کنیم $I_e = CV_e\omega$ باشد داریم:

$$I_t = I_e\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

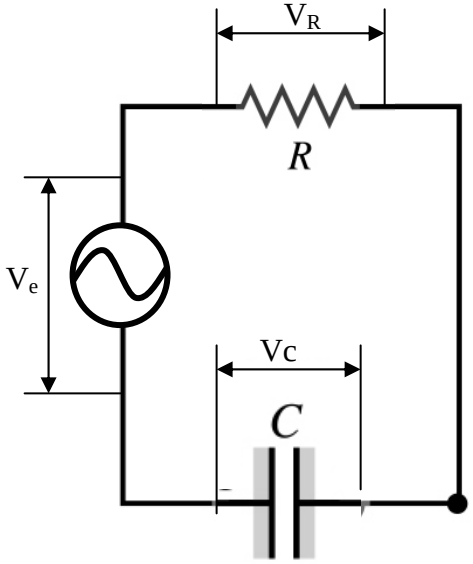
$$I_t = I_{Max}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

ملاحظه می شود که اگر $I_e=V_eC\omega$ باشد جریان به اندازه ۹۰ درجه از ولتاژ جلو خواهد افتاد. و این رابطه را اگر به صورت قانون اهم بنویسیم داریم:

$$V_e = \frac{1}{C\omega}\cdot I_e$$

در این رابطه ترم $\frac{1}{C\omega}$ شبیه مقاومت بوده ولی اثر حرارتی ندارد و به آن راکتانس خازن یا کاپاسیتانس[1] می گویند. همانطور که ملاحظه می گردد مقاومت ظاهری چنین مداری به ظرفیت خازن و فرکانس منبع تغذیه بستگی دارد. مقاومت ظاهری نیز بر حسب اهم بیان می گردد.

ه) مدار با جریان متناوب حاوی توام خازن و مقاومت:



در این حالت چون خازن و مقاومت با هم سری هستند جریان در هر دو مشترک بوده ولی ولتاژ اعمال شده بر خازن سبب می گردد ولتاژ به میزان ۹۰ درجه از جریان عقب بیفتد ولی ولتاژ اعمال شده بر مقاومت با جریان هم فاز می باشد. در این حالت مقدار ولتاژ معادل برابر جمع برداری V_C و V_L می باشد:

$$V_c = \frac{1}{C\omega}\cdot I_e$$
$$V_R = RI_e$$
$$V_e = V_R + V_c$$
$$\tan\varphi = \frac{V_c}{V_R} = \frac{\frac{I_e}{C\omega}}{RI_e} = \frac{1}{RC\omega}$$
$$V_e^2 = V_R^2 + V_c^2$$
$$V_e^2 = R^2I_e^2 + \frac{I_e^2}{C^2\omega^2} = I_e^2(R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2})$$
$$V_e = I_e\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}$$
$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}} \qquad (۴-۱۷)$$

در این حالت نیز Z از نوع مقاومت بوده و بنام امپدانس یا مقاومت ظاهری مدار شناخته می شود.

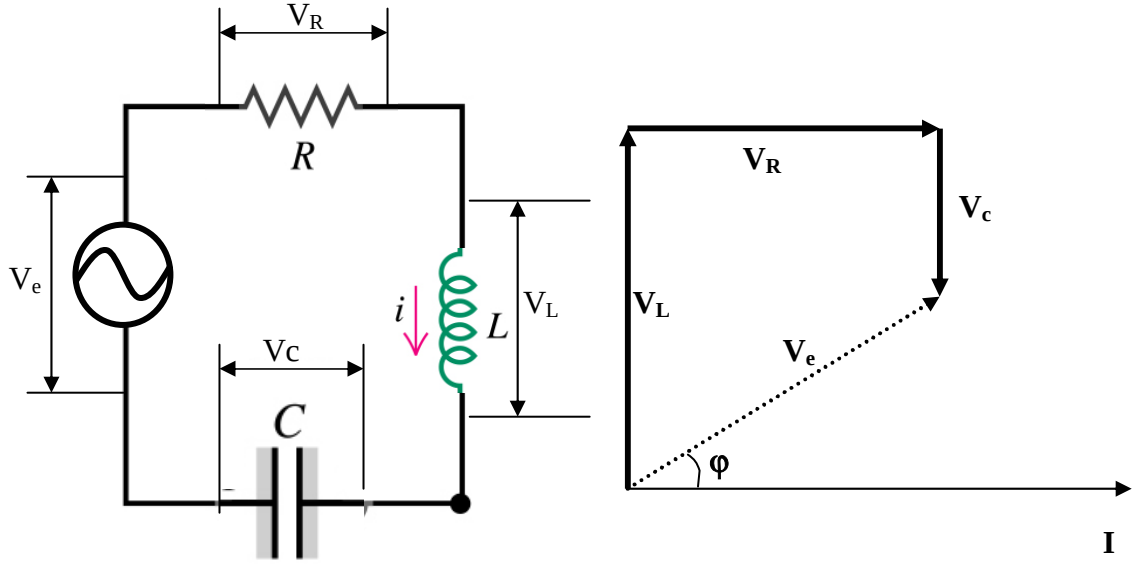
[1] Capacitance

و) مدار باجریان متناوب حاوی مقاومت، سلف و خازن به صورت توام

در این حالت نیز چون هر سه مصرف کننده در مدار به صورت سری هستند ولتاژ معادل مدار از جمع برداری سه ولتاژ V_R, V_L و V_c مشخص می گردد. با این وجود چون سلف و خازن اختلاف فازهای متضادی بین جریان و ولتاژ بوجود می آورند بنابر این جهت آنها عکس خواهد بود. چون مدار به صورت سری است جریان در هر سه یکسان بوده بنابراین مبنا را جریان I_e در نظر می گیریم. لذا داریم:

$$\vec{V}_e = \vec{V}_R + \vec{V}_L + \vec{V}_c$$

با توجه به شکل اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ کل همان زاویه φ است که با توجه به شکل داریم:



$$\tan\varphi = \frac{V_L - V_c}{V_R} = \frac{I_e(L\omega - \frac{1}{C\omega})}{I_e R}$$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

و ولتاژ کل در برابر:

$$V_e^2 = V_R^2 + (V_L - V_c)^2$$

$$V_e^2 = R^2 I_e^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2$$

$$V_e = I_e\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \qquad (۴-۱۸)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

در این حالت نیز Z امپدانس کل مدار می باشد. معادله ۱۸-۴ یک معادله کلی می باشد که برای هر نوع مداری و با هر ترکیبی از مقاومت،سلف و خازن می توان بکار برد.

با جمع بندی قانون اهم در مدارهای متناوب می توان گفت:

۱- با توجه به نوع مصرف کننده تقدم و تاخری بین جریان و ولتاژ کل مدار به وجود خواهد آمد

۲- اگر $\frac{\pi}{2} > \varphi > 0$ باشد مدار سلفی بوده و پس فاز خواهد بود

۳- اگر $0 > \varphi > -\frac{\pi}{2}$ مدار خازنی بوده و پیش فاز می باشد

۴- اگر در مدار φ=۰ در این صورت باید $V_L=V_c$ باشد و لذا Z=R خواهد بود. این حالت خاص را رزونانس[1] می گویند. حالت رزونانس را می توان در هر مداری با تغییر فرکانس به صورت زیر بدست آورد:

$$V_c = V_L \Rightarrow \frac{1}{C\omega} = L\omega$$
$$\Rightarrow \omega = 2\pi f \qquad (۴-۱۹)$$
$$\Rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

۵- در هر سه عنصر مقاومت،سلف و خازن ولتاژ موثر با شدت جریان موثر متناسب می باشد و عبارتند:

در مقاومت $V_e = RI_e \Rightarrow \qquad x_R = R$

در سلف $V_e = L\omega I_e \Rightarrow \qquad x_L = L\omega$

در خازن $V_e = \frac{1}{C\omega} I_e \Rightarrow \qquad x_c = \frac{1}{C\omega}$

۶- هیچ مداری وجود ندارد که مقاومت خالص،سلف خالص و یا خازن خالص باشد.

[1] Resonance