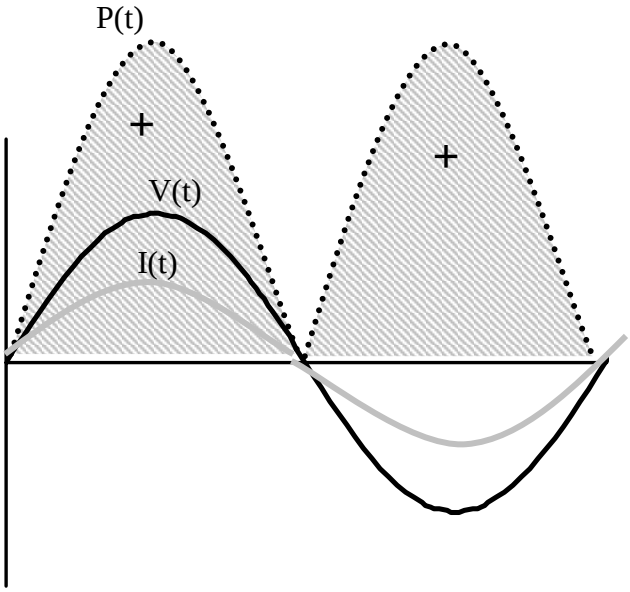
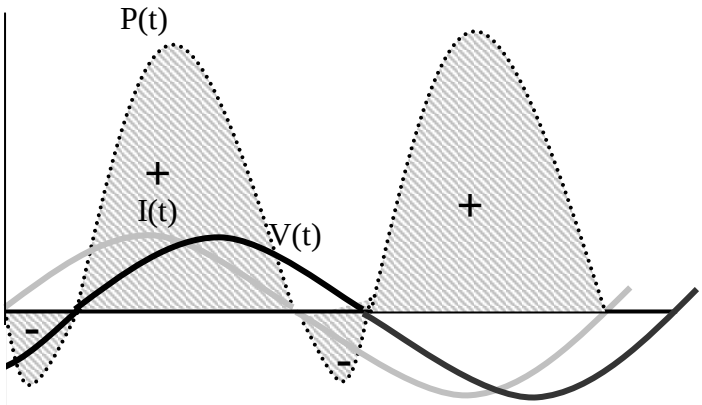
۵) قدرت در جریان های متناوب

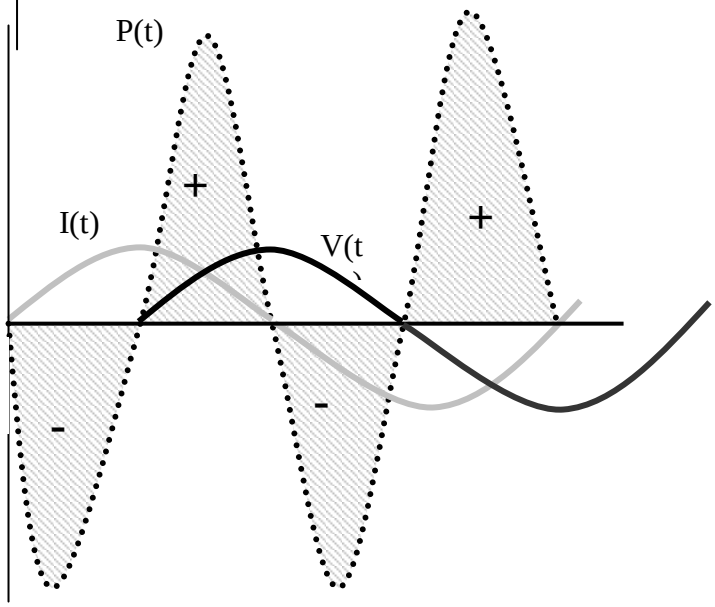
۱-۵) نمـــایش قـــدرت در حالتهـــای مختلف جریان متناوب



الف) مدار ی که در آن ۰=φ باشد:
در این حالت جریان و ولتاژ هم فاز بوده و لـذا توان مصرفی هماننـد یـک جریـان مسـتقیم از حاصلضرب ولتاژ در جریان حاصل می گردد و همواره توان مقداری مثبت خواهد بود



ب) مداریکه در ۹۰ ≠ φ و ۰ ≠ φ باشد.
در این حالت با توجه به میزان اخـتلاف فـاز بـین ولتـاژ و جریـان در مـواقعی حاصلضرب ولتاژ و جریان عددی مثبـت و مواقعی مقداری منفی خواهد بود. لـذا توان واقعی برابر جمع جبری مقادیر توان خواهـد بـود. همـانطور کـه در شـکل مشخص است با توجه به میزان اخـتلاف فاز بین ولتاژ و جریـان تـوان واقعـی از حداکثر توان کمتر خواهد بود.



ج) مداریکه در آن۹۰ ± = φ باشد:
در این حالت ممکن است که مدار سلفی خالص و یا خازنی خاص باشد.در ایـن حالت حاصلضـرب ولتـاژ و جریـان در نیمی از زمـان مثبـت و در نیمـی دیگـر منفی خواهد بود. بطوریکه جمع جبـری توان برابر صفر خواهد بود.

۲-۵) انواع قدرت در جریانهای متناوب

همانطور که در بالا اشاره شد در صورتیکه در مدار فقط از مصرف کننده اهمی استفاده شود با انـدازه گیـری مقدار جریان می توان از رابطه زیر مقدار توان مصرفی را اندازه گیری نمود:

$$P=R\ I^2$$

ولی همیشه مصرف کننده ها از نوع مقاومت خالص نیستند که انـرژی در آنهـا بـه صـورت حـرارت تولیـد شود.بنابراین لازم است رابطه ای برای قدرت در جریان متناوب ارائه نمود که برای کلیه مصـرف کننـده هـا نظیر انواع ماشینهای الکتریکی کاربرد داشته باشد. برای محاسبه قدرت در یک جریان متناوب ابتدا کار حاصل از یک سیکل را در نظر می گیریم:

$$W = \int_0^T v_{(t)} \cdot I_{(t)} dt$$

$$\Rightarrow P = \frac{W}{T} = \frac{1}{T}\int_0^T v_{(t)} \cdot I_{(t)} dt$$

عموماً وجود چند مصرف کننده در مدار بدلیل داشتن سیم پیچ دارای خاصیت سلفی بوده لذا در عمل مدارها به صورت پس فاز می باشند. بنابراین با این فرض که φ زاویه اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان باشد، داریم:

$$I_{(t)} = I_e\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

$$V_{(t)} = V_e\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{T}\int_0^T I_e V_e\, 2\sin(\omega t)\cdot\sin(\omega t + \varphi)dt$$

$$P = \frac{2I_eV_e}{T}\int_0^T \sin(\omega t)\cdot\sin(\omega t + \varphi)dt$$

داریم:

$$\sin(\omega t)\cdot\sin(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}\left[\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)\right]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

با جایگزین کردن و انتگرال گیری داریم:

$$P = \frac{2I_eV_e}{T}\times\frac{T}{2}\cos(\varphi)$$

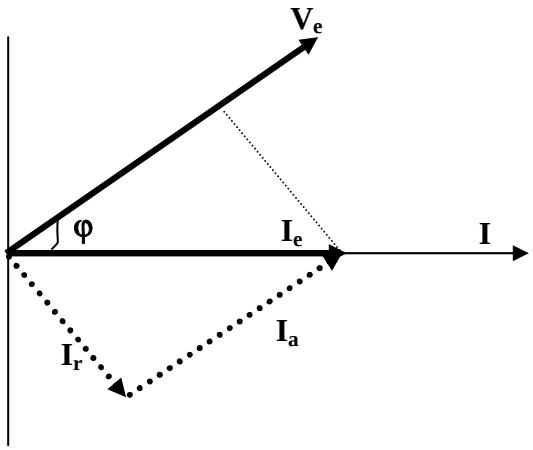
$$P = I_eV_e\cos(\varphi) \qquad (۵-۱)$$

رابطه (۵-۱) قدرت متوسط مدار و $\cos(\varphi)$ را ضریب قدرت[1] می نامند.

[1] Power Factor

۳-۵) قدرت ظاهری، فعال و غیر فعال (راکتیو)

چنانچه شدت جریان در یک جریان متناوب را مبداء فاز در مدار انتخاب نمائیم و جریان موثر را روی ان جدا کنیم بردار ولتاژ به میزان φ نسبت به جریان تقدم داشته و لذا اگر بردار I_e را در راستای V_e و راستای عمود بر آن تصویر نمائیم مطابق شکل داریم:



$$I_a = I_e \cos(\varphi)$$
$$I_r = I_e \sin(\varphi)$$

مولفه I_a که در راستای ولتاژ V_e است توان آن برابر:

$$P = V_e I_a$$
$$P = V_e I_e \cos(\varphi)$$

رابطه فوق همان رابطه (۱-۵) است که به نام قدرت فعال[1] نامیده می شود. این توان، مقدار توانی است که به صورت واقعی توسط مصرف کننده مورد استفاده واقع می گردد لذا به نام توان واقعی نیز نامیده می شود و به وات آنرا بیان می کنند.

شدت جریان I_r در جهت عمود بر ولتاژ V_e بوده و توان مربوط به آن برابر:

$$Q = V_e I_r$$
$$Q = V_e I_e \sin(\varphi) \qquad (۵-۲)$$

رابطه فوق را قدرت غیر فعال، مجازی یا راکتیو[2] می نامند. کار واقعی مربوط به این شدت جریان صفر است چون شدت جریان عمود بر ولتاژ است به همین دلیل به آن *توان بی وات یا دواته* نیز می گویند. به عبارت دیگر این توان توسط مصرف کننده قابل مصرف نبوده و لذا بین ژنراتور و مصرف کننده رد وبدل می شود. این توان با ولت آمپر (VAR) بیان می گردد.

قدرت ظاهری[3]:

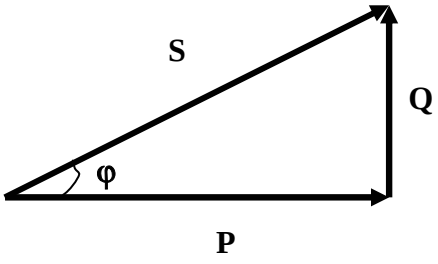
عبارتست از حاصل ضرب شدت جریان موثر در ولتاژ موثر که با حرف S نشان می دهند. این توان بر حسب VA بیان می گردد. ژنراتور و یا مولد برق در واقع همیشه S را تولید می کند.

$$S = V_e I_e$$
$$S = \frac{V_{Max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{Max}}{\sqrt{2}} \qquad (۵-۳)$$
$$S = \frac{V_{Max} \cdot I_{Max}}{2}$$

یعنی توان ظاهری در جریان متناوب نصف توان حداکثر می باشد. از طرف دیگر می توان گفت که توان اکتیو و توان راکتیو مولفه های توان ظاهری هستند. به عبارت دیگر اگر مثلثی قائم الزاویه ای را تعریف نمائیم که تحت عنوان مثلث توان باشد وتر این مثلث S و دو ضلع دیگر آن P وQ خواهند بود.

---

[1] Active Power
[2] Reactive Power
[3] Apparent Power



بر اساس مثلث توان می توان نوشت:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\varphi = \tan^{-1}(\frac{Q}{P})$$

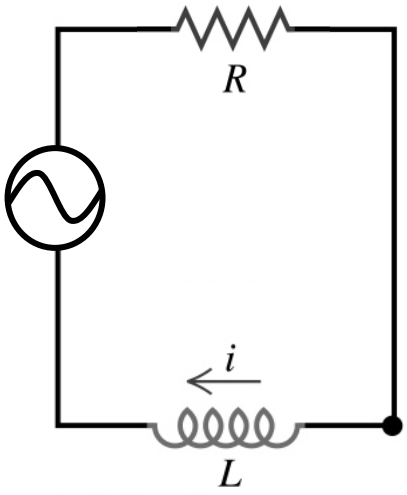
P آن بخش از توان تولیدی ژنراتور است که در مصرف کننده استفاده می گردد. Q آن بخش از توان تولید شده ژنراتور است که نمی تواند به مصرف، مصرف کننده برسد. هر چه ضریب قدرت کوچکتر باشد مفهوم آن اینست که مصرف کننده نمی تواند بخش بیشتری را از توان تولیدی ژنراتور به مصرف برساند. این هم به ضرر مصرف کننده است (چون کنتور S را اندازه گیری می کند) و هم به ضرر شرکت برق چون باید توان بیشتری را تولید نماید.از آنجائیکه مصرف کننده ها ی صنعتی عموماً مدار را پس فاز می کنندر مدار ها سعی می شود مقادیر X_L و X_C را طوری انتخاب نمایند تاحتی الامکان ضریب توان هر چه بیشتر به یک نزدیک باشد

مثال:.

توان مصرف شده در یک موتور جریان متناوب توسط یک واتمتر برابر ۲۵۰۰ وات اندازه گیری شده است، در حالیکه ولتمتر و آمپر متر نصب شده در مدار موتور بترتیب ۲۲۰ ولت و ۱۵ امپر را نشان می دهند. ضریب قدرت این موتور چقدر است؟

$$P = V_e I_e \cos(\varphi)$$

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{V_e I_e} = \frac{2500}{220 \times 15} = 0.75$$



مثال یک مدار R-L :

مداری مطابق شکل مقابل مفروض است مطلوبست:

امپدانس کل مدار؟ جریان موثر در مدار؟ ضریب توان مدار؟

تئان فعال، غیر فعال و ظاهری مدار؟ و رسم مثلث توان؟

اگر مقاومت اهمی R برابر ۲ اهم و مقاومت سلفی L برابر ۴ اهم باشد:

$$Z = \sqrt{X_R^2 + X_L^2}$$

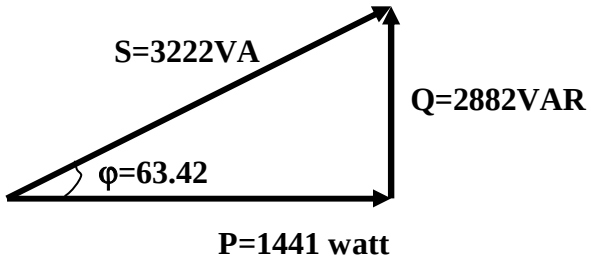
$$Z = \sqrt{4+16} = 4.47\Omega$$

$$\varphi = \tan^{-1}(\frac{X_L}{X_R}) = \tan^{-1}(\frac{4}{2}) = 63.42^\circ$$

$$V_e = ZI_e \Rightarrow I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{120}{4.47} = 26.85A$$

$$PF = \cos(\varphi) = \cos(63.42) = 0.45$$

$$P = V_e I_e \cos(\varphi) = (120)(26.85)(.45) = 1441 watt$$
$$Q = V_e I_e \sin(\varphi) = (120)(26.85)(\sin(63.42)) = 2882 VAR$$
$$S = V_e I_e = (120)(26.85) = 3222 VA$$



توجه شود که P را می توان از رابطـه RI^2 نیز می توان محاسبه نمود ولی بایـد توجـه داشت که در اینجا بجای I بایستی مقدار I_e کل مدار را قرار داد.

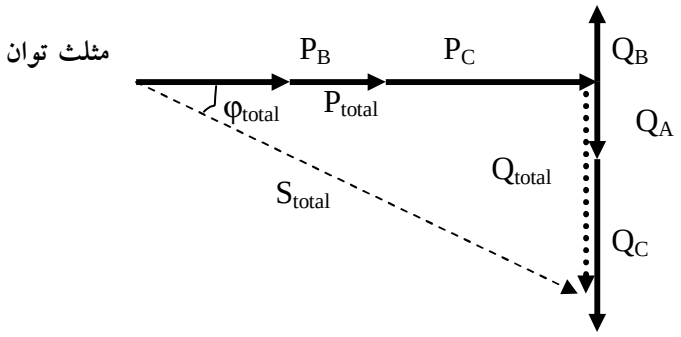
مثال یک مدار R-L-C :

در یک مدار تک فاز AC سه مصرف کننده به صورت سری و به شرح جدول زیر قـرار گرفتـه شـده اسـت. مطلوبست محاسبه انواع توان در هر مصرف کننده؟ و ضریب توان کل مدار و رسم مثلث توان.

نام مصرف کننده	توان ظاهری kVA	PF
A	۱۵	۰/۹ پس فاز
B	۵	۰/۹ پیش فاز
C	۲۰	۰/۸ پس فاز

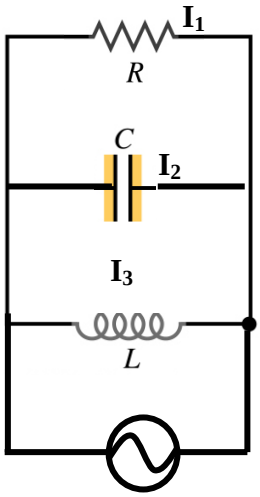
$$P_A = S_A \cos(\ _A) = (15)(0.9) = 13.5 kw$$
$$P_B = S_B \cos(\ _B) = (5)(0.9) = 4.5 kw$$
$$P_C = S_C \cos(\ _C) = (20)(0.8) = 16 kw$$
$$P_{total} = P_A + P_B + P_C = 13.5 + 4.5 + 16 = 34 kw$$

$$Q_A = S_A \sin(\varphi_A) = (15)(\sin(\cos^{-1}(0.9))) = (15)(0.44) = 6.54 kVAR$$
$$Q_B = S_B \sin(\varphi_B) = (5)(\sin(-\cos^{-1}(0.9))) = (5)(\sin(-25.84)) = -2.18 kVAR$$
$$Q_C = S_C \sin(\varphi_C) = (20)(\sin(\cos^{-1}(0.8))) = (20)(\sin(36.87)) = 12 kVAR$$
$$Q_{total} = Q_A + Q_B + Q_C = 6.54 - 2.18 + 12 = 16.36 kVAR$$
$$S_{total} = \sqrt{P_{total}^2 + Q_{total}^2} = \sqrt{(34)^2 + (16.36)^2} = 37.85 kVA$$
$$PF_{total} = \cos(\varphi_{total}) = \frac{P_{total}}{S_{total}} = \frac{34}{37.85} = 0.9 \qquad lagging$$
$$\text{PF}_{\ total} = \cos^{-1}(0.9) = 25.84$$



در مثال های فوق همواره مصرف کننده ها به صورت سری در مدار قرار داشتند. لذا بـرای حـل انهـا چـون جریان در تمام مصرف کننده ها یکسان بود مبنا را جریان گرفته و نسبت به حل مسئله اقدام می شد. حال اگر مصرف کننده ها به صورت موازی باشند، ولتاژ در مصرف کننده ها یکسان بوده لذا ولتاژ را مبنا قـرار داده و نسبت به حل مسئله اقدام می شود.

مثال:



روی یک اختلاف سطح متناوب ۲۲۰ ولتی با فرکـانس ۵۰ هرتـز یـک مقاومت ۲ اهمی، سلف ۰/۱۰ هـانری و خـازن ۳۰۰ میکروفـارادی بـه صورت موازی نصب شده اند مطلوبست:

شدت جریان در هر انشعاب و اختلاف فاز بین جریان و ولتـاژ در هـر انشعاب؟

شدت جریان در خط اصلی و اختلاف فاز آن با ولتاژ؟

ضریب توان کل مدار؟

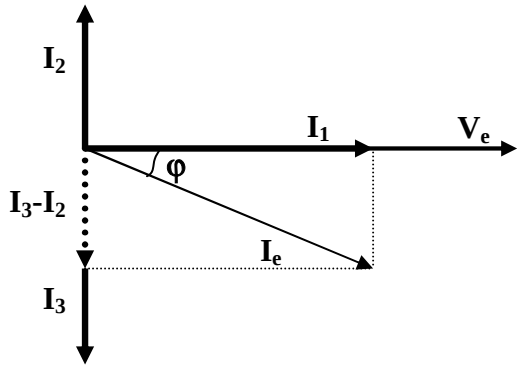
اگر خازن با ظرفیت متغییر باشـد در چـه ظرفیتـی مـدار بـه صـورت رزونانس خواهد بود.؟

$$I_1 = \frac{V_e}{R} = \frac{220}{2} = 110A$$

$$I_2 = \frac{V_e}{x_c} = \frac{220}{\frac{1}{C\omega}} = 220 \times 300 \times 10^{-6} \times 100\pi = 20.72A$$

$$I_3 = \frac{V_e}{L\omega} = \frac{220}{0.01 \times 100\pi} = 70.06A$$

چون ولتاژ در تمام مصرف کننده ها یکسان است به عنوان مبنا در نظر گرفته و دیاگرام جریانها را رسم می کنیم:



$$I_e^2 = I_1^2 + (I_3 - I_2)^2$$

$$I_e = \sqrt{(110)^2 + (70.06 - 20.72)^2}$$

$$I_e = 120.5A$$

$$\cos\varphi = \frac{I_1}{I_e} = \frac{110}{120.5} = 0.92$$

$$S = V_e I_e = 220 \times 120.5 = 26.4kVA$$

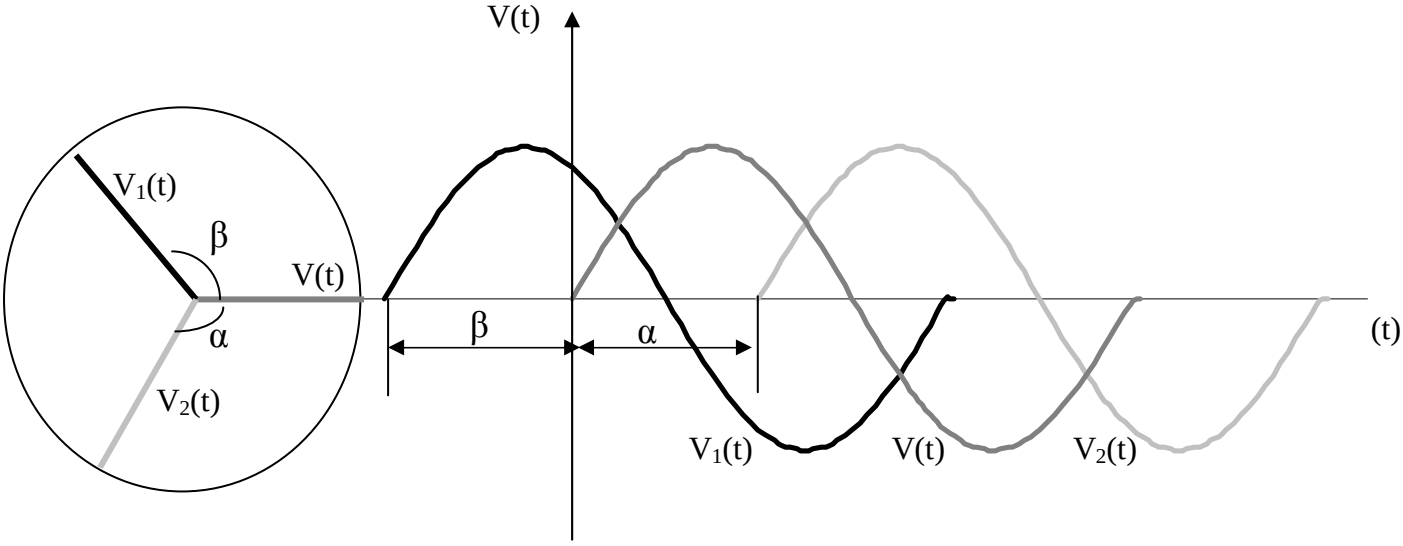
$$P = V_e I_e \cos\varphi = 220 \times 120.5 \times 0.92 = 24.2kw$$

$$I_2 = I_3 \Rightarrow \frac{V_e}{L\omega} = V_e C\omega$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{0.01(100\pi)^2} = 0.001F = 1000\mu F$$

۴-۵) جریانهای متناوب سه فاز

جریانهای متناوب سه فاز از سه جریان سینوسی ترکیب شده است که هر فاز نسبت به فاز دیگر ۱۲۰ درجه اختلاف فاز دارد



با توجه به شکل بالا می توان ویژگیهای زیر را در مورد جریانهای سه فاز مشخص نمود

۱- وقتی یکی از فازها حداکثر باشد دو فاز دیگر برابر هم ولی عکس فاز اول است.

۲- همیشه جمع ولتاژ ها (جریانها) در هر لحظه صفر است

۳- وقتی یکی از فازها صفر است دو فاز دیگر از نظر مقدار برابر ولی مختلف الجهت هستند

مصرف کننده ها ممکن است به صورت ساده به صورت تک فاز به هر یک از فاز های مولد سه فاز وصل شده و یاممکن است مصرف کننده های سه فاز به روشهای خاصی به مولد ها وصل گردند.

۱-۴-۵) اتصالات برق سه فاز

❖ **اتصال ستاره (Y):**

در این نوع اتصال انتهای هر سه سیم پیچ در یک نقطه به همدیگر متصل شده و سر دیگر سیم پیچها به عنوان خروجی ها در مولد و ورودیها در مصرف کننده ها مورد استفاده قرار می گیرند. هر یک از این سه سیم به نام های S, R و T نامیده می شوند. انتهای دیگر سیم پیچها که به هم وصل می شوند به نام نقطه مشترک یا نقطه صفر، خنثی و یا نول نامیده می شود از این نقطه نیز می توان یک سیم خارج نمود که به نام سیم نـول نامیـده می شود زیرا مجموع جریان ها (ولتاژ) در این خط صفر می باشد. صفر شدن جریان در این نقطه (خط) را به صورت ریاضی نیز می توان نشان داد. با توجه به شکل فوق می توان جریانهـا را در جریانهـای سـه فـاز بـه صورت زیر نوشت

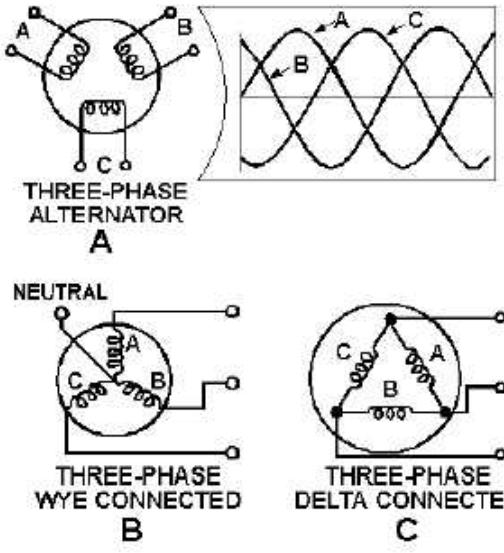
$$L_1 \Rightarrow I_{1(t)} = I_{\max} \sin(\theta)$$
$$L_2 \Rightarrow I_{2(t)} = I_{\max} \sin(\theta + 120)$$
$$L_3 \Rightarrow I_{3(t)} = I_{\max} \sin(\theta + 240)$$

در نقطه نول جمع جریانها برابر:

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3$$
$$I_N = I_{Max}(\sin(\theta) + \sin(\theta + 120) + \sin(\theta + 240))$$

برای هر زاویه ای مثل θ داریم:

$$(\sin(\theta) + \sin(\theta + 120) + \sin(\theta + 240)) = 0$$



شکل۱-۵: انواع اتصال در جریانهای سه فاز

لذا نقطه نول به عنوان نقطه خنثی و یـا مثـل خـط نول در جریان های تک فاز می باشد.با اتصال ستاره می توان از هریک از فازهای سه گانه جریان سه فاز برای مصرف کننده های تک فاز استفاده کرد در این صورت خط فاز به یکی از فازها و خط نول به خط نول جریان سه فاز وصل خواهد شد. همچنین می توان از این اتصال برای مصرف کننده های سه فـاز بـه طـور مسـتقیم استفاده نمود. به اتصال ستاره اتصال سه فاز چهار سیمه نیز گفته می شود. چنانچه در اتصال ستاره از فازهای مختلف بارهای مختلفی گرفته شود در این صورت سیستم به صـورت نامتعـادل در خواهـد آمـد. خصیصـه عمومی بارهای متعادل اینست که اختلاف فاز نسبی بین فازها ۱۲۰ درجه است وانگهی امپدانس تمـام فازهـا یکی بوده و در نتیجه توانهای اکتیو و راکتیو در هر سه فاز یکسان خواهد بـود. امـا در سیسـتمهای نامتعـادل

ممکن است که یکی از این برابریها موجود نباشد و یا اینکه اختلاف نسبی بین فازها ۱۲۰ درجه نباشد. از انجائیکه تجزیه و تحلیل سیستمهای نامتعادل پیچیده می باشد در تغذیه بارهای تک فاز از طریق خطوط سه فاز سعی می گردد که بار ها از نظر تعداد ، میزان بار و کیفیت بار به طور مساوی تقسیم گردد تا سیستم به صورت متعادل باقی بماند. بطوریکه بخش اعظم مسائل عملی به سیستمهای متعادل مربوط می شود. در اتصال ستاره دو نوع اختلاف سطح الکتریکی (ولتاژ) قابل دسترسی می باشد.

ولتاژ خط به خنثی: اختلاف پتانسیل بین هر یک از خطوط اصلی R, S و T و خط خنثی می باشد. این ولتاژ به اختصار ولتاژ فاز نامیده می شود.

ولتاژ خط به خط: اختلاف پتانسیل بین خطوط اصلی می باشد که به اختصار ولتاژ خط می نامند. در یک جریان سه فاز متعادل از نظر مقدار و پس فاز یا پیش فاز بودن شبیه هم هستند.

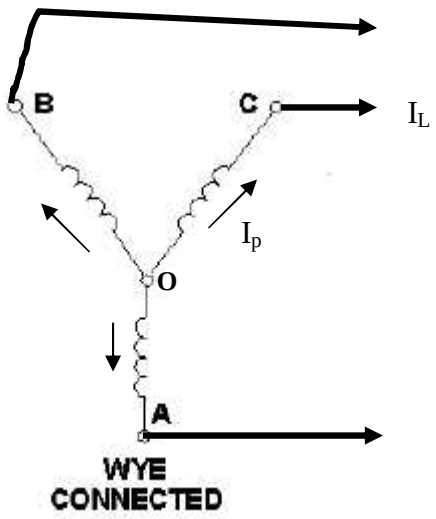
❖ اتصال مثلث یا دلتا (∇):

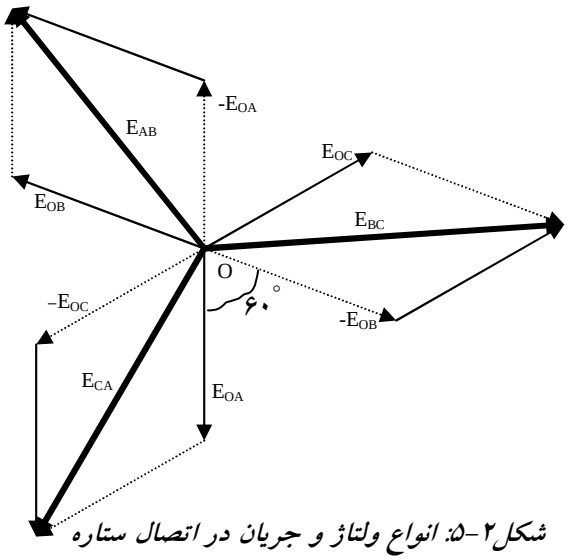
در این اتصال سر یک سیم پیچ به ته سیم پیچ دیگر متصل می گردد تا اینکه تشکیل یک حلقه بسته داده شود (شکل۱-۵). در این نوع اتصال سه خطوط اصلی سه فاز از محل نقاط اتصال سر به ته سیم پیچها خارج می گردد. در این اتصال به صورت معمول خط خنثی وجود ندارد لذا به این اتصال ، اتصال سه سیمه نیز گفته می شود. لذا مصرف کننده هایی که به صورت مثلث بسته می شوند به صورت سیستم های متعادل هستند.

۲-۴-۵) *جریان و ولتاژ و قدرت در اتصالات سه فاز:*

مطابق شکل ۲-۵ ولتاژ های سه گانه فاز بین نقطه خنثی O و نقاط انتهایی سیم پیچها بوجود می ایند که عبارتند از E_{OA}, E_{OB} E_{OC} و ولتاژ های خط عبارتند از : E_{CA}, E_{BC}, E_{AB} . تمام ولتاژهای فاز از نظر مقدار با هم برابر و لذا طبق شکل ولتاژهای خط برابر:

$$\vec{E}_{CA} = -\vec{E}_{OC} + E_{OA}$$
$$\vec{E}_{BC} = -\vec{E}_{OB} + E_{OC}$$
$$\vec{E}_{AB} = -\vec{E}_{OA} + E_{OB}$$





شکل۲-۵: انواع ولتاژ و جریان در اتصال ستاره

با توجه به شکل ۲-۵ برای اتصال ستاره می توان نوشت:

$$V_L = \sqrt{3}V_p$$
$$I_L = I_p \qquad (۵-۴)$$

قدرت هر فاز در اتصال ستاره برابر:

$$p_p = V_p I_p \cos(\varphi)$$

و قدرت کل سه فاز برابر:

$$P = 3p_p = 3V_p I_p \cos(\varphi)$$

با جایگزینی رابطه (۴-۵) داریم

$$P = \sqrt{3}V_L I_L \cos(\varphi) \qquad (۵-۵)$$

با توجه به شکل ۳-۵ و قانون کیرشف برای جریان در هر یک از گره ها می توان نوشت:

گره A:

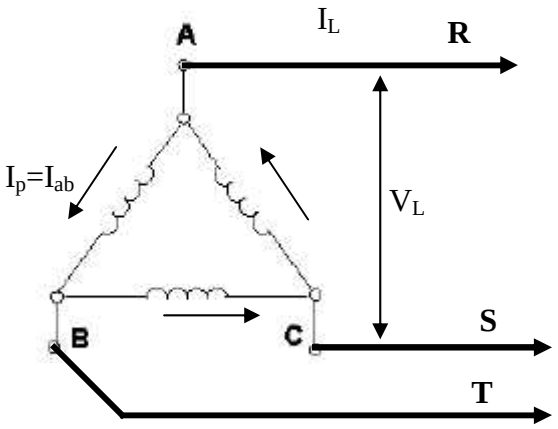
$$\vec{I}_{ca} - \vec{I}_{ab} - \vec{I}_L = 0$$
$$\vec{I}_L = \vec{I}_{ca} - \vec{I}_{ab}$$

گره B :

$$-\vec{I}_{bc} + \vec{I}_{ab} - \vec{I}_L = 0$$
$$\vec{I}_L = \vec{I}_{ab} - \vec{I}_{bc}$$

در گره C:

$$\vec{I}_{bc} - \vec{I}_{ca} - \vec{I}_L = 0$$
$$\vec{I}_L = \vec{I}_{bc} - \vec{I}_{ca}$$



با توجه به زوایای بین بردارها و با توجه به اینکه داریم:

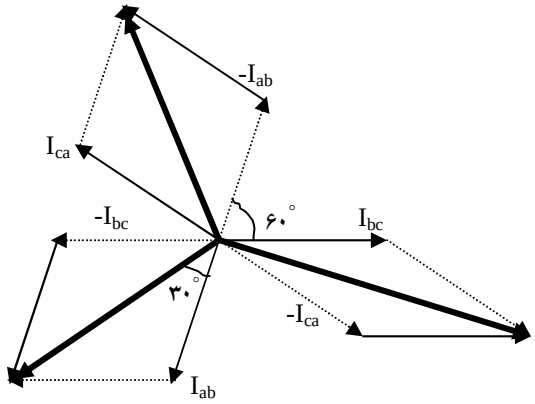
$$I_{ca} = I_{ab} = I_{bc} = I_p$$

لذا در اتصال مثلث می توان نوشت:

$$I_L = \sqrt{3}I_p \qquad (۵-۶)$$

و با توجه به شکل ۳-۵ داریم:

$$V_l = V_p \qquad (۵-۷)$$



شکل۳-۵: انواع ولتاژ و جریان در اتصال مثلث

قدرت در اتصال مثلث برابر:

$$p_p = V_p I_p \cos(\varphi)$$

قدرت یک فاز

قدرت هر سه فاز

$$P = 3p_p = 3V_p I_p \cos(\varphi)$$

و با جایگزین کردن مقادیر خط به جای مقادیر فاز از رابطه هـای ۵-۶

و ۵-۷ قدرت کل برابر:

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos(\varphi)$$

این رابطه شبیه و برابر رابطه ۵-۵ می باشد لذا نوع اتصال بر روی قدرت در جریانهای سه فاز بی تاثیر است.

علاوه بر این همان روابطی که برای توان حقیقی در اتصال ستاره و مثلث وجـود دارد بـرای تـوان ظـاهری و راکتیو نیز می توان نوشت:

$$\begin{aligned} P_{Y,\Delta} &= \sqrt{3} V_L I_L \cos(\varphi) \\ Q_{Y,\Delta} &= \sqrt{3} V_L I_L \sin(\varphi) \\ S_{Y,\Delta} &= \sqrt{3} V_L I_L \\ S_{Y,\Delta} &= \sqrt{P^2 + Q^2} \end{aligned} \qquad (۵-۸)$$

چنانچه بار در فاز ها نامتعادل باشد لازمست که قدرت تک تک فاز ها بر حسب مقادیر فاز محاسبه گردد و از مجموع انها قدرت کل مدار را بدست آورد.

$$\begin{aligned} p_1 &= V_{p1} I_{p1} \cos(\varphi_1) \\ p_2 &= V_{p2} I_{p2} \cos(\varphi_2) \\ p_3 &= V_{p3} I_{p3} \cos(\varphi_3) \\ P &= p_1 + p_2 + p_3 \end{aligned}$$

به همین ترتیب قدرتهای راکتیو و ظاهری نیز محاسبه می گردد.

مثال:

روی پلاک یک موتور سه فاز علامت220/380 v حک شده است. روی چه خط الکتریکی می تـوان موتـور مورد نظر را نصب نمود.؟ و به چه صورت؟ اگر قدرت مفید این موتور ۱۲ kw و راندمان آن ۹۰٪ و ضـریب قدرت آن ۰/۸۵ باشد جریانهای خط و فاز را در هر وضعیت اتصال تعیین کنید.

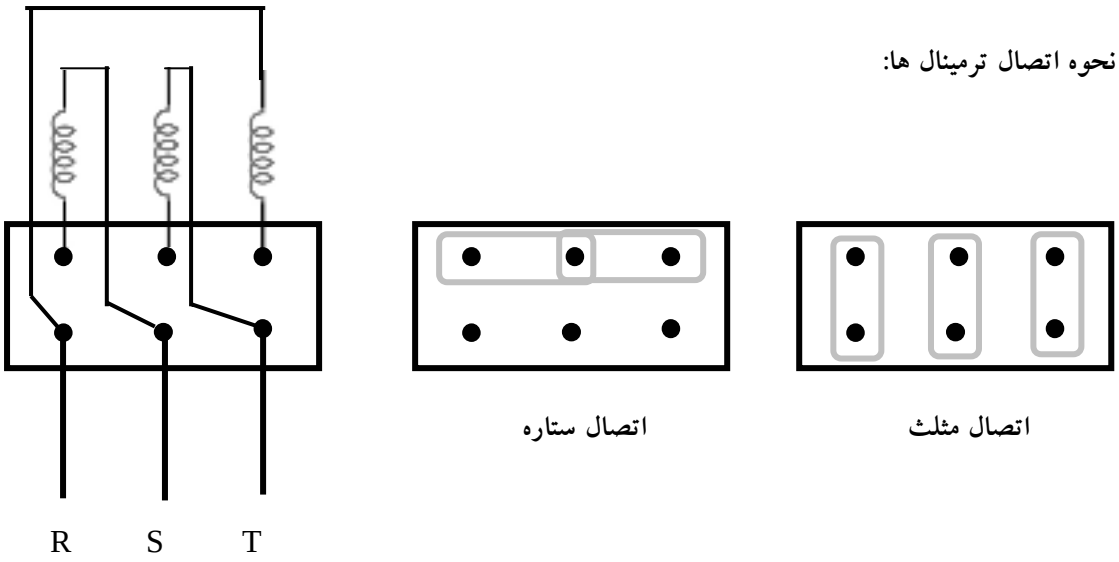
حل:

با توجه به ولتاژ حک شده می توان نتیجه گرفت که موتور ولتاژ بیشتر از ۲۲۰ ولت در هر یک از سیم پیچهـا بیشتر نمی تواند تحمل نماید. لذا در تحت هیچ شرایطی نباید ولتاژ فاز بیشتر از ۲۲۰ ولت گردد. لـذا موتـور می تواند بر روی دو خط به صورت زیر متصل گردد:

الف) خط 127/220v با اتصال مثلث

ب) خط 220/380v با اتصال ستاره

نحوه اتصال ترمینال ها:



اتصال ستاره **اتصال مثلث**

$$S = \frac{12000}{0.85 \times 0.9} = 15700vA$$

$$S_p = \frac{15700}{3} = 5233vA$$

$$I_p = \frac{S_p}{V_p} = \frac{5233}{220} = 23.8A$$

$$I_L = I_p = 23.8A \qquad \text{Y}$$

$$I_L = \sqrt{3} I_p = \sqrt{3} \times 23.8 = 41.2A \qquad \Delta$$

چنانچه موتور در خط 220/380 به صورت مثلث بسته شود و فرکانس برق ۵۰ هرتز باشد و بخواهیم ضریب قدرت را به یک برسانیم ظرفیت خـازن مورد نیاز را بدست آورید.

$$\cos(\varphi) = 0.85 \Rightarrow \sin(\varphi) = \sqrt{1-(0.85)^2} = 0.527$$

$$Q = S \cdot \sin(\varphi) = 15700(0.527) = 8270vA$$

$$Q_p = \frac{8270}{3} = 2760vA$$

$$I_{rp} = \frac{Q_p}{V_p} = \frac{2760}{220} = 12.54A$$

$$V_c = x_c I_c$$

$$\Rightarrow C = \frac{I_c}{V_c \omega} = \frac{12.54}{220(314)} = 1.81 \times 10^{-4} F = 181.5\mu F$$

ظرفیت خازن در حالت ستاره

$$\Rightarrow C = \frac{I_c}{V_c \omega} = \frac{\frac{12.54}{\sqrt{3}}}{380(314)} = 6.05 \times 10^{-5} = 60.5\mu F$$

ظرفیت خازن در حالت مثلث

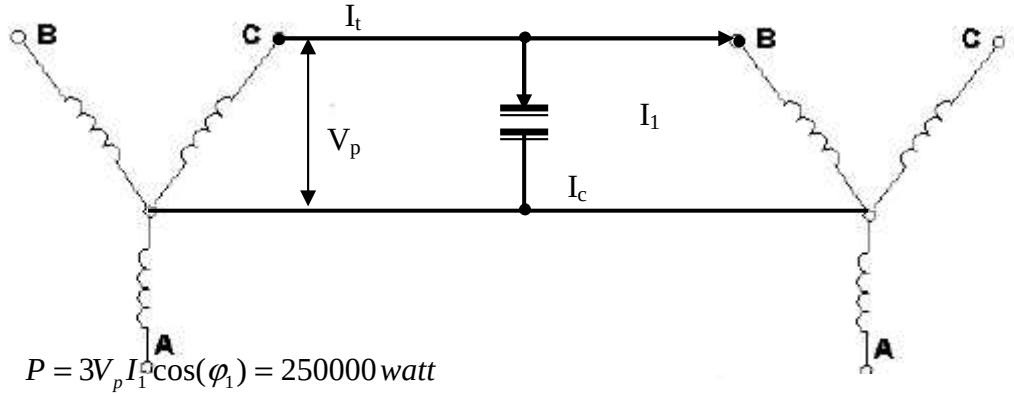
با مقایسه ظرفیت خازن در دو حالت اتصال به صورت مثلث و ستاره ملاحظه می گردد که ظرفیت خازن مورد نیاز در حالت مثلث یک سوم حالت ستاره است هر چند که باید ولتاژ بالاتری را تحمل نمایند. با این وجود اتصال به صورت مثلث ارزانتر خواهد بود زیرا هزینه ولتاژ به اندازه هزینه ظرفیت نمی باشد.

مثال:

توان مصرفی یک کارخانه ۲۵۰ کیلو وات است که از یک شبکه سه فاز سه سیمه با اختلاف سطح (ولتاژ) ۲۲۰۰ ولت و فرکانس ۵۰ هرتز تغذیه می شود. ضریب قدرت کلی کارخانه ۷۰٪ هست که به موجب قرار داد با شرکت برق اگر ضریب قدرت از ۸۵٪ کمتر باشد بهای انرژی مصرفی با نرخ بالاتری محاسبه خواهد شد. ظرفیت خازن های مورد نیاز برای این کارخانه به صورت ستاره و مثلث را محاسبه نمائید.

حل:

چون بار متعادل بین فاز ها تقسیم شده است لذا اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان در هر سه فاز یکسان می باشد. لذا کافی است مسئله را برای یک فاز حل کرده و نتیجه را برای دیگر فاز ها بکار برد. ضمناً چون نوع اتصال تاثیری بر مسئله ندارد هراتصالی را می توان برای حل در نظر گرفت بنابراین با این فرض که اتصال به صورت ستاره است داریم:



توان

$$P = 3V_p I_1 \cos(\varphi_1) = 250000\,watt$$

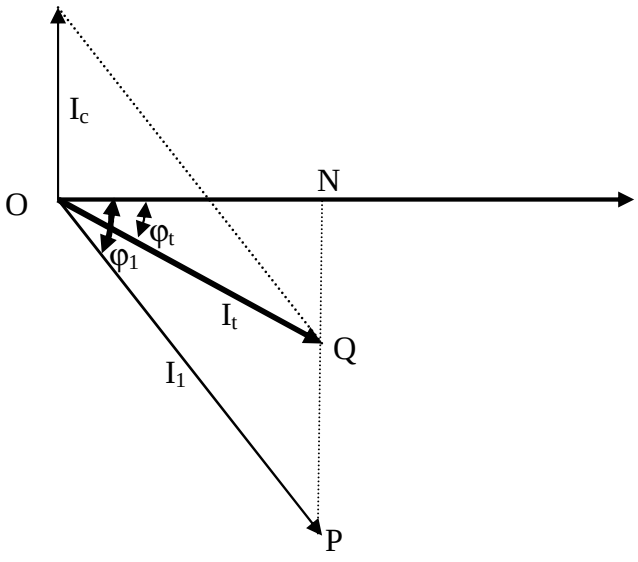
ولتاژ

$$V_p = \frac{2200}{\sqrt{3}} = 1270\,volt$$

جریان خط در حالت اول

$$I_1 = \frac{250000}{(3)(1270)(0.7)} = 93.7A$$

در این حالت مدار پس فاز است و I_1 به میزان φ_1 از ولتاژ عقب تر است زیرا عموماً مصرف و بار کارخانه ها اندوکتیو است. جریانی که از خازنها عبور خواهد کرد پیش فاز خواهد بود و به میزان ۹۰ درجه از ولتاژ جلو می افتد. بنابراین دیاگرام برداری جریانها باید به گونه ای رسم شود که بین جریان کل I_t و ولتاژ اختلاف فازی بوجود اید که کسینوس ان ۰/۸۵ باشد:



$$ON = I_1 \cos(\varphi_1) = (93.7)(0.7) = 65.5$$
$$PN = I_1 \sin(\varphi_1) = (93.7)(0.714) = 66.9$$
$$QN = ON \tan(\varphi_t) = (65.6)\tan(31.89) = 40.6$$
$$I_c = PQ = PN - QN = 66.9 - 40.6 = 26.3A$$
$$I_c = \frac{V_p}{X_c} \Rightarrow X_c = \frac{1}{\omega C}$$
$$C = \frac{I_c}{\omega V_p} \quad \begin{cases} \text{Y}: & C = \dfrac{26.3}{100\pi \times 1270} = 66 \times 10^{-6} F = 66\mu F \\ \Delta: & C = \dfrac{26.3/\sqrt{3}}{100\pi \times 2200} = 22 \times 10^{-6} F = 22\mu F \end{cases}$$

حل به روش محاسبه توان:

$$S_1 = \frac{P_1}{\cos(\varphi_1)} = \frac{250000}{0.7} = 357142.8vA$$
$$Q_1 = S_1 \sin(\varphi_1) = 357142.8(0.714) = 255050vAR$$
$$----------$$
$$S_2 = \frac{P_1}{\cos(\varphi_2)} = \frac{250000}{0.85} = 29411.7vA$$
$$Q_2 = S_1 \sin(\varphi_2) = 29411.7(0.526) = 154705.5vAR$$
$$Q_c = Q_1 - Q_2 = 255050 - 154705 = 100344vAR$$
$$Q_{p(c)} = \frac{100344}{3} = 33448$$
$$I_{p(c)} = I_c = \frac{Q_{p(c)}}{V_{p(c)}} = \frac{33448}{1270} = 26.3A$$

در صورتیکه اتصال ستاره باشد.

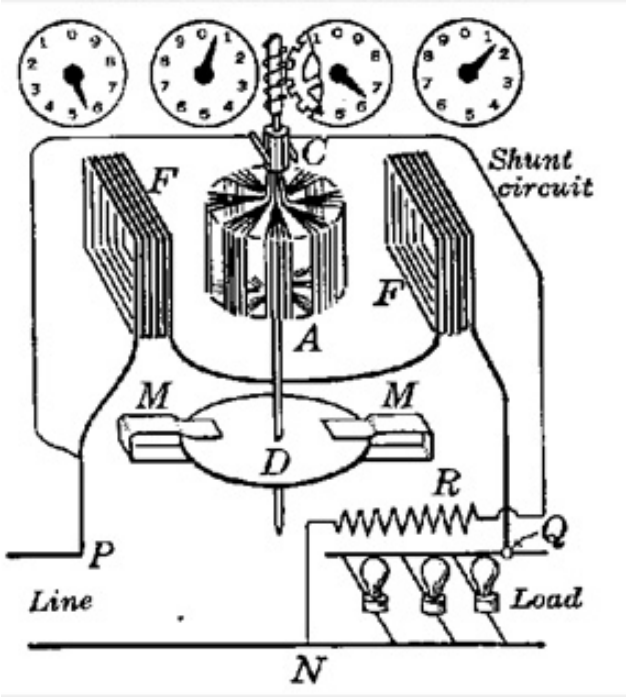
۵-۵) اندازه گیری قدرت در جریان متناوب

کنتور تک فاز:

چنانچه توان بر حسب وات و زمان بر حسب ساعت باشد مقدار کار یا انرژی مصرف شده بر حسب وات ساعت خواهد بود. برای این منظور از کنتور[1] استفاده می گردد. کنتور از یک سیم پیچ ضخیم باتعداد دور کم(۴۰-۵۰دور) که به صورت سری در مدار قرار می گیرد و به سیم پیچ جریان[2] معروف می باشد و یک سیم

[1] Watt Hour Meter
[2] Current Coil

پیچ که نازک بوده و با تعداد دور زیاد که به صورت موازی در مدار قرار می گیرد (سیم پیچ ولتاژ[1]) تشکیل می گردد. در بین سیم پیچ جریان و ولتاژ یک صفحه دوار قرار دارد . با عبور جریان از سیم پیچ جریانی گردابی در صفحه ایجاد می گردد و میدان مغناطیسی لغزانی در آن بوجود آورده که باعث چرخش آن می شود. برای اینکه صفحه دور اضافی نگیرد یک مغناطیس طبیعی در دو طرف آن قرار می دهند. از انجائیکه جریان عبوری از سیم پیچ جریان جریان موثر کل که شامل جریان اکتیو و راکتیو می باشد لذا توان اندازه گیری شده توان ظاهری مدار خواهد بود.

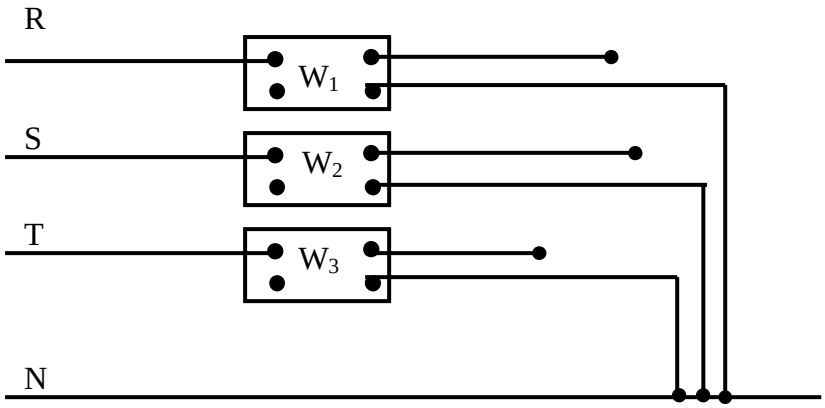


شکل۴-۵: اساس کار کنتور

۱-۵-۵) اندازه گیری قدرت در جریان سه فاز

الف) اندازه گیری جریان چهار سیمه (سه وات متری): (اتصال ستاره Y connection) در این حالت مدار دارای سه خط فاز و یک خط نول می باشد. لذا برای هر فاز یک وات متر مورد استفاده قرار می گیرد. هر وات متر مثل کنتور جریان تک فاز دارای یک سیم پیچ جریان می باشد که در مسیر خط فاز بطور سری بسته می شود و یک سیم پیچ ولتاژکه بین هر یک از فاز ها و نول به طور موازی بسته می شود. اگر مدار کاملا" متعادل باشد هر سه وات متر یک مقدار را نشان خواهد داد. لذا با یک وات متر می توان در یک خط استفاده نمود و مقدار قرائت شده در آن را در عدد ۳ ضرب نمود. در هر حال قدرت کل حاصل جمع قرائت سه کنتور خواهد بود.

[1] Phase Coil



اگر جریان را در یک مدار سه فاز اتصال ستاره در نظر بگیریم و بار روی هر خط به صورت L_1 و L_2 و L_3 متعادل نیز باشد جریانی که هر لحظه از خط نول عبور کند مجموع L_1 و L_2 و L_3 می باشد.

در جریان سه فاز داریم:

$$L_1 \rightarrow I_1(t) = I_m \sin(\theta) +$$
$$L_2 \rightarrow I_2(t) = I_m \sin(\theta - 120^\circ) +$$
$$L_3 \rightarrow I_3(t) = I_m \sin(\theta - 240) +$$

$$L_N \rightarrow I_m(\sin(\theta) + \sin(\theta - 120^\circ) + \sin(\theta - 240))$$

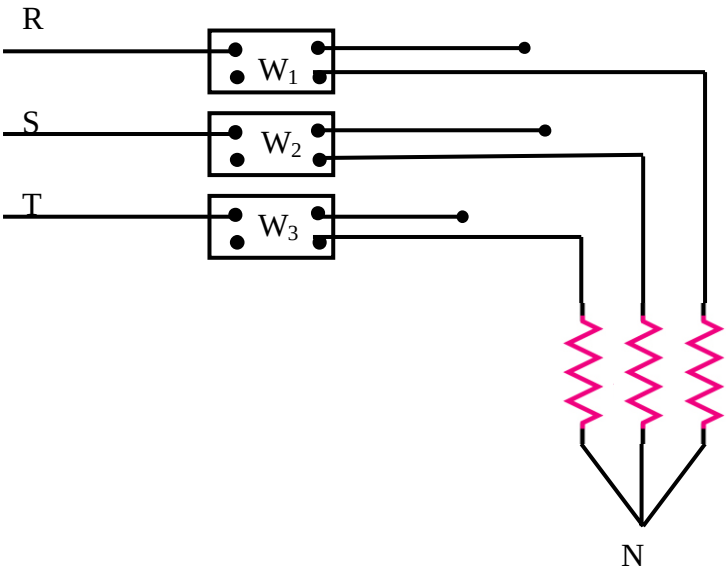
همانطور که ملاحظه می شود مجموع جریان در هر لحظه برابر صفر می باشد لذا چون خط نول محل اتصال سه فاز است جریان همیشه در این خط اگر متعال باشد صفر خواهدبود یعنی:

$$\sin\theta + \sin(\theta - 120^\circ) + \sin(\theta - 240) = 0$$

رابطه فوق برای هر زاویه ای صدق می کند:

لذا در جریان سه فازدر هر لحظه یک یا دو فاز جریان را وارد و یک یا دوفاز دیگر به عنوان نول عمل می کند. لذا اگر بار متعال باشد می توان فقط از یک کنتور بر روی یک فاز استفاده نمود.

اگر بار متعادل نباشد همانطور که در بالا اشاره شد بایستی برای هر فاز از یک وات متر مجزا استفاده نمود.

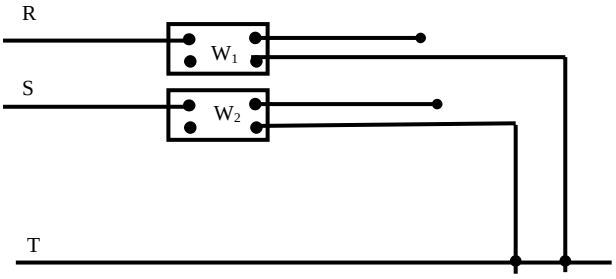


ب) اندازه گیری قدرت در اتصال مثلث با سه وات متر:

در این حالت سیم نول وجود ندارد. لذا بایستی آن را به صورت مصنوعی ایجاد کرد. چون معمولاً بوبین واتمترها دارای یک مقاومت زیاد به صورت سری می باشد نقطه نول را می توان بدون مقاومتهای نشان داده شده در شکل مقابل نیز ایجاد نمود.

ج) اندازه گیری قدرت در جریان متناوب سه فاز با دو وات متر:

چنانچه نقطه N در شکل قبل بر روی فاز سوم انتخاب گردد وات متر شماره ۳ عدد صفر رانشان خواهـد داد. لذا می توان ان را حذف نمود. در این صورت مجموع قدرت قرائت شده در دو وات متر قدر ت کـل مـدار خواهد بود و می توان نشان داد که مقادیر قرائت شده در وات مترها به پتانسیل نقطه مشترک بستگی ندارد:

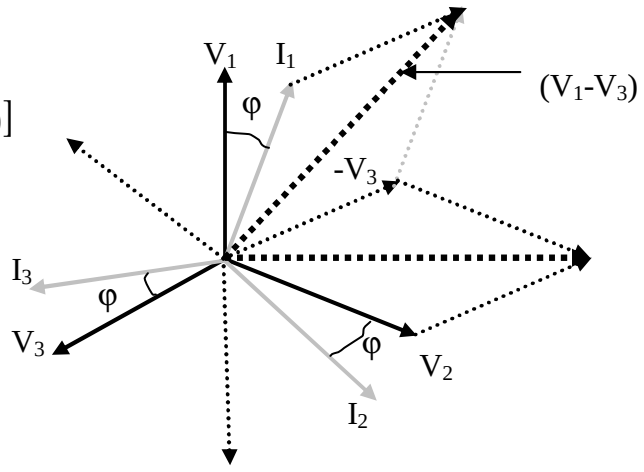


$$P_t = (V_1 - V_N)I_1 + (V_2 - V_N)I_2 + (V_3 - V_N)I_3$$
$$P_t = V_1 I_1 + V_2 I_2 + V_3 I_3 + V_N(I_1 + I_2 + I_3)$$
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = -(I_1 + I_2)$$
$$P_t = V_1 I_1 + V_2 I_2 + V_3 I_3$$
$$P_t = V_1 I_1 + V_2 I_2 - V_3(I_1 + I_2)$$
$$P_t = V_1 I_1 + V_2 I_2 - V_3 I_1 - V_3 I_2$$
$$P_t = I_1(V_1 - V_3) + I_2(V_2 - V_3)$$
$$P_t = W_1 + W_2$$

قدرتهای قرائت شده در وات مترهای ۱ و۲ حتی در مدارهای کاملاً متعادل نیز برابـر نیسـتند و تفـاوت آنهـا بستگی به ضریب توان دارد که می توان به صورت زیر نشان داد.

$$W_1 = (V_1 - V_3)\cdot I_1 \cos(30 - \varphi)$$
$$W_2 = (V_2 - V_3)\cdot I_2 \cos(30 + \varphi)$$
$$W_1 = \sqrt{3}V_p \cdot I_p \cos(30 - \varphi)$$
$$W_2 = \sqrt{3}V_p \cdot I_p \cos(30 + \varphi)$$
$$W + W_2 = \sqrt{3}V_p \cdot I_p [\cos(30 - \varphi) + \cos(30 + \varphi)]$$
$$W + W_2 = \sqrt{3}V_p \cdot I_p [\cos(30)\cos(\varphi) + \sin(30)\sin(\varphi)\cos(30)\cos(\varphi) - \sin(30)\sin(\varphi)]$$

$$W + W_2 = \sqrt{3}V_p \cdot I_p \sqrt{3}\cos(\varphi)$$
$$W + W_2 = 3V_p \cdot I_p \cos(\varphi) \qquad \text{(I)}$$
$$W_1 - W = \sqrt{3}V_p \cdot I_p [\cos(30 - \varphi) - \cos(30 + \varphi)]$$
$$W_1 - W = \sqrt{3}V_p \cdot I_p \sin(\varphi) \qquad \text{(II)}$$
$$\tan(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \frac{\frac{W_1 - W_2}{\sqrt{3}V_p I_p}}{\frac{W_1 + W_2}{3V_p I_p}}$$
$$\tan(\varphi) = \frac{\sqrt{3}(W_1 - W_2)}{W_1 + W_2}$$



مثال:

برای اندازه گیری قدرت یک موتور سه فاز به روش دو واتمتری اعدادزیر قرائت گردید:

W1=9.6 kw

W2=7.5 kw

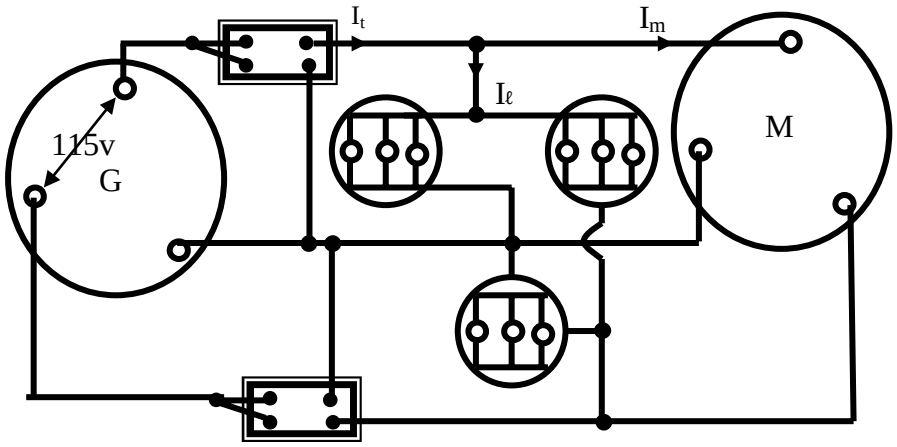
مطلوبست ضریب قدرت موتور؟

$$\varphi = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{3}(W_1 + W_2)}{W_1 + W_2}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{3}(9.6 - 7.5)}{9.6 + 7.5}\right] = 12.0$$

$$\cos(\varphi) = 0.978$$

مثال:

بار یک ژنراتور سه فاز ۱۱۵ ولتی (خط–خط) مطابق شکل زیر شامل سه دسته لامپ روشنایی هر دسته شامل ۲۰ لامپ ۶۰ واتی و یک موتور با ضریب قدرت ۰/۸۲ و توان اسمی ۹ اسب بخار و راندمان ۰/۸۷ می باشد.ضریب قدرت، جریان خط در کل مدار و توان هریک از واتمترها را محاسبه کنید:



حل:

نحوه اتصال تاثیری در حل مسئله ندارد لذا با فرض اتصال مثلث مسئله را دنبال می کنیم:

$$P_m = \frac{(9)(746)}{0.87} = 7614 watt$$

$$P_m = \sqrt{3} I_{Lm} V_L \cos(\varphi_m)$$

$$I_{Lm} = \frac{7614}{\sqrt{3}(115)(0.82)} = 46.6A$$

$$P_\ell = (3)(20)(100) = 6000 watt$$

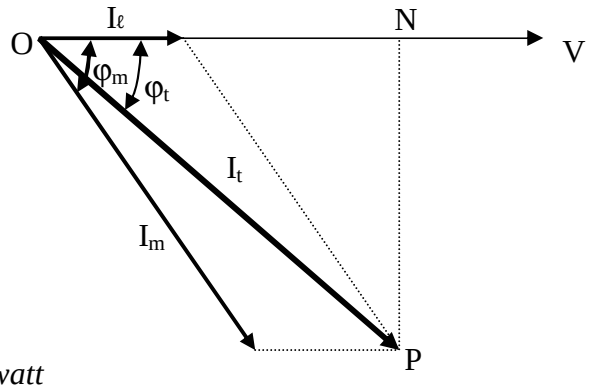
$$I_\ell = \frac{P_\ell}{\sqrt{3} V_{L\ell}} = \frac{6000}{\sqrt{3}(115)} = 30.1A$$

$$P = P_m + P_\ell = 7614 + 6000 = 13614 watt \approx 13.6 kwatt$$

$$I_t = \sqrt{(ON)^2 + (PN)^2} = \sqrt{(I_\ell + I_m \cos(\quad_m))^2 + (I_m \sin(\quad_m))^2}$$

$$I_t = \sqrt{(30.1 + 46.6 \times 0.82)^2 + (46.6 \times 0.572)^2}$$

$$I_t = 73.3A$$



$$\cos(\varphi_t) = \frac{ON}{OP} = \frac{68.3}{73.3} \Rightarrow \quad_t = 21.28^\circ$$

$$W_1 = V_L I_L \cos(30 + \varphi_t)$$

$$W_1 = (115)(73.3)\cos(30 + 21.28) = 5276 watt$$

$$W_2 = V_L I_L \cos(30 - \varphi_t)$$

$$W_2 = (115)(73.3)\cos(30 - 21.28) = 8331 watt$$

$$P = W_1 + W_2 = 5276 + 8331 = 13614 \approx 13.6 kwatt$$