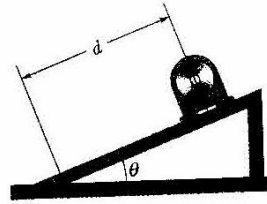


مسئله‌ها

۳-۴ مؤلفه‌های بردارها

۱. مؤلفه‌های x , y بردار \vec{A} به ترتیب $-25/0\text{ m}$ و $+40/0\text{ m}$ طول دارند. بزرگی بردار \vec{A} چه قدر است؟ (ب) زاویه بین بردار \vec{A} و جهت مثبت محور x ها چه قدر است؟
۲. زاویه‌های زیر را بر حسب رادیان بنویسید: (الف) $20/0^\circ$ (ب) $50/0^\circ$ (ج) 100° و زاویه‌های زیر را به درجه تبدیل کنید: (د) 330° رادیان (ه) $2/10^\circ$ رادیان (و) $7/70^\circ$ رادیان.
۳. اگر بزرگی بردار \vec{a} برابر $7/3\text{ m}$ و جهت آن با امتداد مثبت محور x ها زاویه 250° بسازد و این بردار در صفحه xy قرار داشته باشد، (الف) مؤلفه x و (ب) مؤلفه y آن کدام است؟
۴. در شکل ۳-۲۸، قسمتی از یک ماشین فاصله $d = 12/5\text{ m}$ را روی سطح شیب‌داری با زاویه $20/0^\circ = \theta$ به بالا لغزیده است. (الف) چه ارتفاعی را بالا رفته است؟ (ب) در امتداد افق چه قدر جابجا شده است؟

کند؟



شکل ۳-۲۸ مسأله ۴

۱۱. شخصی تصمیم گرفته است مسافت $3/4^{\circ}$ کیلومتری را در جهت $35/0^{\circ}$ شمال شرقی طی کند. البته این شخص مجبور است از خیابان‌هایی بگذرد که جهت آن شمالی - جنوبی یا شرقی - غربی است. کم‌ترین مسافتی را که این شخص می‌تواند طی کند و به مقصدش برسد چه قدر است؟

۱۲. دو بردار $\vec{a} = (3/0\text{m})\hat{i} + (4/0\text{m})\hat{j}$ و $\vec{b} = (5/0\text{m})\hat{i} + (-2/0\text{m})\hat{j}$ مفروض است. حاصل جمع $\vec{a} + \vec{b}$ را (الف) برحسب بردارهای یکه (ب) بزرگی و (ج) جهت آن (نسبت به \hat{i}) به دست آورید. حال تفاضل $\vec{a} - \vec{b}$ را (د) برحسب بردارهای یکه (ه) بزرگی و (و) جهت آن بنویسید.

۱۳. دو بردار زیر مفروض است:

$$\vec{a} = (4/0\text{m})\hat{i} - (3/0\text{m})\hat{j} + (1/0\text{m})\hat{k}$$

$$\vec{b} = (-1/0\text{m})\hat{i} + (1/0\text{m})\hat{j} + (4/0\text{m})\hat{k}$$

(الف) $\vec{a} + \vec{b}$ و (ب) $\vec{a} - \vec{b}$ را برحسب بردارهای یکه بنویسید. (ج) بردار \vec{c} را طوری که $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$ باشد برحسب بردارهای یکه بنویسید.

۱۴. مؤلفه‌های بردارهای \vec{c} و \vec{d} برحسب متر عبارتند از: $c_x = 7/4$, $c_y = -3/8$, $c_z = -6/1$, $d_x = 4/4$, $d_y = -2/0$, $d_z = 2/3$. (الف) مؤلفه x , (ب) مؤلفه y و (ج) مؤلفه z بردار مجموع جابه‌جایی \vec{T} را به دست آورید.

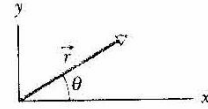
۱۵. مورچه‌ای که از گرمای بعدازظهر تگراس کلافه شده است در صفحه xy که بر صحرا پهن شده است حرکت می‌کند. مؤلفه‌های x , y چهار مرحله از حرکت این مورچه برحسب متر عبارتند از: $(3/0, 4/0)$, $(-2/0, 1/0)$, $(-7/0, 0)$, $(-8/0, -1/0)$. کل حرکت مورچه در چهار مرحله در صفحه xy دارای مؤلفه‌های $(-2/0, -1/0)$ است. (الف) b_x (ب) c_y را به دست آورید. (ج) بزرگی و (د) جهت حرکت کلی را نسبت به جهت مثبت محور x ها به دست آورید.

۱۶. در جمع برداری $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ ، بردار \vec{A} دارای بزرگی $12/0\text{m}$ و در جهت $40/0^{\circ}$ پادساعتگرد از راستای $+x$ بوده و بردار \vec{C} نیز دارای بزرگی $15/0\text{m}$ و جهت $20/0^{\circ}$ پادساعتگرد از امتداد $-x$ است. (الف) بزرگی و (ب) جهت بردار \vec{B} را نسبت به $+x$ به دست آورید.

۱۷. دو بردار \vec{a} ، \vec{b} در شکل ۳-۲۹ دارای بزرگی یکسان $10/0\text{m}$ و زاویه‌های $\theta_1 = 30^{\circ}$ و $\theta_2 = 105^{\circ}$ می‌باشند. (الف) مؤلفه x و (ب) مؤلفه y بردار مجموع \vec{T} را به دست آورید. (ج) بزرگی بردار \vec{T} و (د) زاویه‌ای را که \vec{T} با جهت مثبت محور x می‌سازد پیدا کنید.

۵. یک کشتی می‌خواهد از ساحل، 120 کیلومتر در جهت شمال حرکت کند، طوفانی غیر منتظره آن را 100 کیلومتر به سمت شرق نقطه شروع می‌برد. (الف) مسیر این کشتی چه قدر دور شده است؟ (ب) اکنون در چه جهتی حرکت کند که به نقطه هدف برسد؟

۶. در شکل ۳-۲۹، بردار جابه‌جایی \vec{T} در صفحه xy دارای بزرگی 15 متر و جهت آن $\theta = 30^{\circ}$ است. (الف) مؤلفه x و (ب) مؤلفه y این بردار را حساب کنید.



شکل ۳-۲۹ مسأله ۶

۷. اتاقی دارای ابعاد $3/0\text{m}$ (ارتفاع) $\times 2/70\text{m} \times 4/30\text{m}$ است. مگسی از یک گوشه این اتاق شروع به پرواز کرده و در گوشه مقابل آن به پرواز خود خاتمه داده است. (الف) بزرگی این جابه‌جایی چه قدر است؟ (ب) آیا امکان دارد که طول جابه‌جایی پرنده از این مقدار کم‌تر باشد؟ (ج) بزرگ‌تر از این چه؟ (د) برابر با آن؟ (ه) چارچوب مختصات مناسبی انتخاب کنید و این جابه‌جایی را برحسب بردارهای یکه آن بنویسید. (و) اگر مگسی علاوه بر پرواز بتواند راه برود، طول کم‌ترین مسیری که می‌تواند طی کند چه قدر است؟ (راه‌نمایی: به این سؤال می‌توان بدون محاسبه پاسخ داد. اتاق را همانند جعبه‌ای در نظر بگیرید که باز شده است.)

۳-۶ جمع مؤلفه‌های بردارها

۸. اتومبیلی به ترتیب 50km به سمت شرق، 30km به سمت شمال و 25km در جهت 20° شمال شرقی را طی می‌کند. نمودار حرکت اتومبیل را رسم کنید و (الف) بزرگی و (ب) جهت حرکت کلی اتومبیل از نقطه شروع تا پایان را به دست آورید.

۹. اگر $\vec{a} = (4/0\text{m})\hat{i} + (3/0\text{m})\hat{j}$ و $\vec{b} = (-12/0\text{m})\hat{i} + (7/0\text{m})\hat{j}$ باشد جمع $\vec{a} + \vec{b}$ را برحسب بردارهای یکه بنویسید. (ب) بزرگی و (ج) جهت $\vec{a} + \vec{b}$ چیست؟

۱۰. شخصی $2/1\text{km}$ به سمت شمال قدم می‌زند، سپس $2/4\text{km}$ به سمت غرب می‌رود و سرانجام $5/2\text{km}$ به طرف جنوب حرکت می‌کند. (الف) نمودار برداری حرکت این شخص را رسم کنید. اگر پرنده‌ای بخواهد فاصله نقطه شروع حرکت و پایان حرکت را مستقیماً طی کند، (ب) چه مسافتی را باید طی کند؟ (ج) در چه جهتی باید حرکت

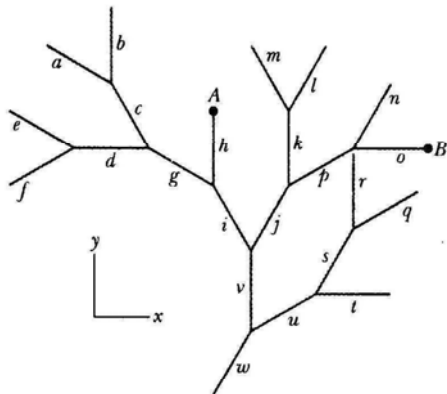
۲۳. صحرای B در فاصله ۲۵ کیلومتری شرق صحرای A قرار دارد. شتری از صحرای A حرکت کرده و ۱۴ کیلومتر را در جهت 15° جنوب شرقی طی می‌کند و سپس $8/0$ کیلومتر را به سمت شمال می‌پیماید. فاصله شتر از صحرای B چه قدر است؟

۲۴. دو عدد سوسک روی یک سطح شنی حرکت می‌کنند. سوسک ۱ مسافت $5/0^\circ$ متر به سمت شرق و سپس $8/0^\circ$ متر را در جهت 30° شمال شرقی طی می‌پیماید. سوسک ۲ نیز دو حرکت انجام می‌دهد. مرتبه اول $1/6$ m در جهت 40° شرقی نسبت به شمال پیش می‌رود. (الف) بزرگی و (ب) جهت حرکت دوم این سوسک چه قدر باشد تا به محل جدید سوسک اول برسد؟

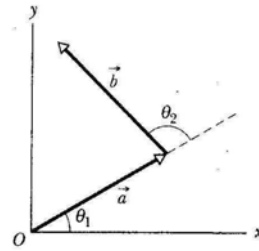
۲۵. اگر بردار \vec{A} با بردار $\vec{C} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ جمع شود حاصل آن برداری است که در امتداد مثبت محور y است و بزرگی آن با بزرگی بردار \vec{C} برابر است. بزرگی بردار \vec{B} را به دست آورید.

۲۶. بردار \vec{A} که در امتداد محور x است با بردار \vec{B} که بزرگی آن $7/0$ m است جمع می‌شود. حاصل جمع، بردار سومی است که در امتداد محور y است و بزرگی آن $3/0$ برابر بزرگی \vec{A} است. بزرگی \vec{A} را تعیین کنید.

۲۷. داخل لانه مورچه‌ها معمولاً متشکل از شبکه متعددی از شاخه‌هایی است که آن‌ها هدایت می‌کند. این شاخه‌های دنبال هم به صورت تکراری و با زاویه 60° درجه از هم منشعب می‌شوند. اگر مورچه‌ای در داخل این شبکه حرکت کند، خیلی راحت به سمت خروجی لانه هدایت می‌شود. اگر مورچه از ابتدای ورودی لانه در جهت داخل دور شود، دو حالت برای او میسر است اینکه با یک چرخش 30° درجه به چپ یا راست ادامه حرکت دهد. ولی اگر بخواهد به سمت خروجی نزدیک شود فقط شانس یک مرتبه چنین گردش را دارد. شکل ۳-۳۱ یک لانه نوعی را نشان می‌دهد که طول هر مسیر مستقیم $2/0$ سانتی متر است و به صورت متقارن و با زاویه 60° درجه از هم قرار گرفته‌اند. (الف) بزرگی و (ب) زاویه (نسبت به جهت مثبت محور x نشان داده شده) جابه‌جایی مورچه‌ای که از ورودی A وارد می‌شود چه قدر است؟ (ج) بزرگی و (د) زاویه (جابه‌جایی مورچه‌ای که از ورودی B وارد می‌شود چه قدر است؟



شکل ۳-۳۱ مسأله ۲۷



شکل ۳-۳۰ مسأله ۱۷

۱۸. شما در یک صحرای صاف، چهار مرحله حرکت می‌کنید و از مبدأ دستگاه مختصات xy حرکت می‌کنید و در همان دستگاه xy به مختصات $(30\text{m}, -14\text{m})$ می‌رسید. مؤلفه‌های x ، y حرکت شما برحسب متر به ترتیب عبارتند از $(20, 60)$ ، $(b_x, -70)$ ، $(c_y, -20)$ و $(-70, -60)$.

(الف) مؤلفه b_x و (ب) مؤلفه c_y را به دست آورید. (ج) بزرگی و (د) زاویه جابه‌جایی کل نسبت به جهت مثبت محور x چیست؟

۱۹. سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} هر یک دارای بزرگی $5/0$ m بوده و در صفحه xy واقع شده‌اند جهت این بردارها با امتداد مثبت محور x به ترتیب زاویه‌های 30° ، 195° و 315° را می‌سازند. (الف) بزرگی و (ب) جهت بردار $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ را به دست آورید. (ج) بزرگی و (د) جهت بردار $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ را به دست آورید. (ه) بزرگی و (و) جهت بردار \vec{d} را به دست آورید، طوری که $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{c} + \vec{d}) = 0$ باشد.

۲۰. (الف) مجموع چهار بردار زیر را برحسب بردارهای یکه بنویسید. در این جمع (ب) بزرگی (ج) زاویه برحسب درجه و (د) زاویه برحسب رادیان بردار حاصل را به دست آورید.

- \vec{E} : بزرگی $6/00$ m و در جهت 90° Rad
- \vec{F} : بزرگی $5/00$ m و در جهت -75°
- \vec{G} : بزرگی $4/00$ m و در جهت $1/20$ Rad
- \vec{H} : بزرگی $6/00$ m و در جهت -21°

۲۱. در یک بازی شطرنج روی چمن، ابعاد خانه‌ها $1/0$ m است. یک مهره (سرباز) به شکل زیر حرکت می‌کند:

(۱) دو خانه به جلو و یک خانه به راست، (۲) دو خانه به طرف چپ و یک خانه به طرف جلو، (۳) دو خانه به جلو و یک خانه به چپ. (الف) بزرگی و (ب) زاویه (نسبت به جلو) جابه‌جایی کل سرباز در سه مرحله حرکت چه قدر است؟

۲۲. یک نظامی هنگام برگشت به اردوگاه خود در برف و بوران گرفتار شده است. او می‌خواسته $5/6$ km به سمت شمال برود ولی وقتی که بارش برف متوقف شده متوجه شده است که $7/8$ km را در جهت 50° شمال شرقی طی کرده است. (الف) چه مسافتی و (ب) در چه جهتی باید برود تا به اردوگاهش برسد؟

۲۸. دو بردار زیر مفروضند:

$$\vec{a} = (۳/۰m)\hat{i} - (۲/۰m)\hat{j} \quad \vec{b} = (۶/۰m)\hat{i} + (۸/۰m)\hat{j}$$

- (الف) بزرگی و (ب) جهت بردار \vec{a} (نسبت به \hat{i}) کدام است؟ (ج) بزرگی و (د) جهت \vec{b} کدام است؟ (ه) بزرگی و (و) جهت $\vec{a} + \vec{b}$ کدام است؟ (ز) بزرگی و (ح) جهت $\vec{a} - \vec{b}$ کدام است؟ (ط) زاویه بین $\vec{a} - \vec{b}$ و \vec{b} را به دست آورید.

۲۹. اگر $\vec{d}_1 = ۳\vec{d}_2$ و $\vec{d}_1 - \vec{d}_2 = ۵\vec{d}_3$ و $\vec{d}_1 + \vec{d}_2 = ۵\vec{d}_4$ باشد، (الف) \vec{d}_1 و (ب) \vec{d}_4 را برحسب بردارهای یک بنویسید.

۳۰. مجموع چهار بردار زیر را (الف) برحسب بردارهای یک بنویسید. (ب) بزرگی و (ج) جهت بردار حاصل جمع را به دست آورید.

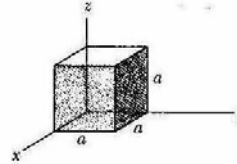
$$\vec{A} = (۲/۰۰m)\hat{i} + (۳/۰۰m)\hat{j}$$

$$\vec{B}: ۴/۰۰m, \text{ جهت } +۶۵/۰^\circ$$

$$\vec{C} = (-۴/۰۰m)\hat{i} - (۶/۰۰m)\hat{j}$$

$$\vec{D}: ۵/۰۰m, \text{ جهت } -۲۳۵/۰^\circ$$

۳۱. در شکل ۳-۲۲، مکعبی به ابعاد a دیده می شود که یک گوشه آن در مبدأ مختصات دستگاه xyz قرار گرفته است. قطر مکعب خطی است که یک گوشه را به گوشه مقابل آن متصل می نماید و از مرکز آن بگذرد. برحسب بردارهای یکه قطری از مکعب را معین کنید که: (الف) از مختصات $(۰, ۰, ۰)$ ، (ب) مختصات $(a, ۰, ۰)$ ، (ج) مختصات $(۰, a, ۰)$ و (د) مختصات $(a, a, ۰)$ می گذرد. (ه) زاویه هایی را که قطرهای فوق با لبه های مجاور خود می سازند به دست آورید. (و) طول قطرها را برحسب a به دست آورید.



شکل ۳-۲۲: a به دست آورید.

۳-۸ ضرب بردارها

۳۳. دو بردار \vec{T} و \vec{S} در صفحه xy قرار دارند و بزرگی آن ها به ترتیب $۴/۵^\circ$ و $۷/۳^\circ$ و است. جهت این بردارها نسبت به امتداد مثبت محورها به ترتیب ۳۲° و $۸۵/۰^\circ$ در جهت پادساعتگرد است. مقادیر (الف) $\vec{T} \cdot \vec{S}$ و (ب) $\vec{T} \times \vec{S}$ را به دست آورید.

۳۴. اگر $\vec{d}_1 = ۳\hat{i} - ۲\hat{j} + ۴\hat{k}$ و $\vec{d}_2 = -۵\hat{i} + ۲\hat{j} - \hat{k}$ باشد. حاصل $(\vec{d}_1 \times \vec{d}_2) \cdot (\vec{d}_1 + \vec{d}_2)$ را به دست آورید.

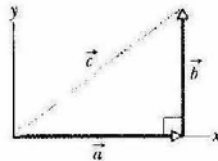
۳۵. سه بردار $\vec{a} = ۳/۰\hat{i} + ۳/۰\hat{j} - ۲/۰\hat{k}$ ،

$$\vec{b} = -۱/۰\hat{i} - ۴/۰\hat{j} + ۲/۰\hat{k} \quad \text{و} \quad \vec{c} = ۲/۰\hat{i} + ۲/۰\hat{j} + ۱/۰\hat{k}$$

هستند. به دست آورید: (الف) $(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}$ ، (ب) $(\vec{b} + \vec{c}) \cdot \vec{a}$ ، (ج) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$

۳۶. دو بردار $\vec{a} = ۳/۰\hat{i} + ۵/۰\hat{j}$ و $\vec{b} = ۲/۰\hat{i} + ۴/۰\hat{j} + ۱/۰\hat{k}$ مفروضند. پیدا کنید: (الف) $\vec{a} \times \vec{b}$ ، (ب) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ، (ج) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ ، (د) مؤلفه های \vec{a} در امتداد بردار \vec{b} (راهنمایی: برای قسمت (د) از شکل ۳-۲۰ و معادله ۳-۲۰ استفاده کنید).

۳۷. در شکل ۳-۳۴، $a = ۴$ ، $b = ۳$ و $c = ۵$ است. (الف) بزرگی و (ب) جهت $\vec{b} \times \vec{c}$ (ج) بزرگی و (د) جهت $\vec{a} \times \vec{c}$ (ه) بزرگی و (و) جهت $\vec{b} \times \vec{c}$ را به دست آورید. برد Z در شکل نشان داده نشده است.



شکل ۳-۳۴: a به دست آورید.

۳۸. بردار جابه جایی \vec{d}_1 در صفحه yz و در جهت $۶۳/۰^\circ$ از جهت مثبت محور y است. بزرگی این بردار $۴/۵۰m$ است و در امتداد مثبت محور Z نیز مؤلفه ای دارد. بردار \vec{p} در صفحه xz قرار دارد و در جهت $۳۰/۰^\circ$ از جهت مثبت محور x ها می باشد. این بردار دارای بزرگی $۱/۴۰m$ است و در جهت مثبت Z مؤلفه ای دارد. (الف) $\vec{d}_1 \cdot \vec{p}$ ، (ب) $\vec{d}_1 \times \vec{p}$ و (ج) زاویه بین \vec{d}_1 و \vec{p} را به دست آورید.

۳۹. از تعریف ضرب نوردی یعنی $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$ و نیز $\vec{b} = a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}$ استفاده کنید و زاویه بین دو برد $\vec{a} = ۳/۰\hat{i} + ۲/۰\hat{j} + ۳/۰\hat{k}$ و $\vec{b} = ۲/۰\hat{i} + ۱/۰\hat{j} + ۲/۰\hat{k}$ را حساب کنید.

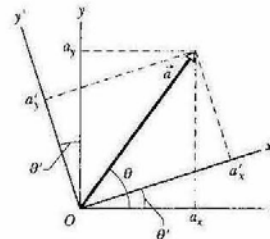
۴۰. سه بردار زیر مفروض هستند. $(2\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (2\vec{C})$ را حساب کنید.

$$\vec{A} = ۲/۰\hat{i} + ۳/۰\hat{j} - ۴/۰\hat{k}$$

$$\vec{B} = -۳/۰\hat{i} + ۴/۰\hat{j} + ۲/۰\hat{k}$$

۳-۷ بردارها و قوانین فیزیکی

۳۲. در شکل ۳-۳۳، بردار \vec{a} با بزرگی $۱۷/۰m$ و زاویه $\theta = ۵۶/۰^\circ$ در جهت پادساعتگرد نسبت به محور $+x$ قرار دارد. مؤلفه های (الف) a_x و (ب) a_y این بردار را به دست آورید. دستگاه مختصات دیگری نسبت به دستگاه اول به اندازه $\theta' = ۱۸/۰^\circ$ چرخیده است. مؤلفه های (ج) a'_x و (د) a'_y را در این دستگاه چرخیده به دست آورید.



شکل ۳-۳۳: a به دست آورید.

را عمق شکستگی گویند. (الف) اگر AC برابر ۲۲m و AD برابر ۱۷m باشد، جابه‌جایی خالص چه قدر است؟ (ب) اگر شیب صفحه شکستگی نسبت به افق ۵۳° باشد، جابه‌جایی خالص قائم نقطه B در نتیجه شکستگی قسمت (الف) چه قدر است؟

۴۶. مؤلفه‌های بردارهای \vec{a} و \vec{b} بر حسب متر عبارتند از: $a_x = ۳/۲$, $a_y = ۱/۶$, $b_x = ۰/۵$ و $b_y = ۴/۵$. (الف) زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} را به دست آورید. در صفحه xy دو بردار وجود دارد که بر بردار \vec{a} عمود بوده و بزرگی آن‌ها $۵/۰\text{m}$ است. یکی از آن‌ها بردار \vec{c} است که دارای یک مؤلفه مثبت در امتداد محور x است و دیگری بردار \vec{d} است که مؤلفه x آن منفی است. (ب) مؤلفه x و (ج) مؤلفه y بردار \vec{c} را به دست آورید. (د) مؤلفه x و (ه) مؤلفه y بردار \vec{d} را به دست آورید.

۴۷. بردارهای \vec{a} و \vec{b} به ترتیب دارای بزرگی ۱° واحد و $۶/۰$ واحد بوده و زاویه بین آن‌ها ۶۰° است. (الف) حاصل ضرب نردمادی دو بردار را و (ب) بزرگی حاصل ضرب برداری $\vec{a} \times \vec{b}$ را به دست آورید.

۴۸. بردار \vec{a} دارای بزرگی $۵/۰\text{m}$ و جهت آن به طرف شرق است. بردار \vec{b} دارای بزرگی $۴/۰\text{m}$ و در جهت ۳۵° غربی از شمال است. (الف) بزرگی و (ب) جهت $\vec{a} + \vec{b}$ را به دست آورید. (ج) بزرگی و (د) جهت $\vec{b} - \vec{a}$ را تعیین کنید. (ه) برای هر یک از این ترکیب‌ها نمودار برداری را رسم کنید.

۴۹. ذره‌ای سه جابه‌جایی متوالی را در روی صفحه انجام می‌دهد. $\vec{d}_1 = ۴/۰\text{m}$ جنوب غربی، سپس $\vec{d}_2 = ۵/۰\text{m}$ در جهت شرق و سرانجام $\vec{d}_3 = ۶/۰\text{m}$ در جهت $۶۰/۰^\circ$ شمال شرق. دستگاه مختصاتی انتخاب کنید که محور y آن در جهت شمال و محور x آن در جهت شرق باشد. (الف) مؤلفه x و (ب) مؤلفه y بردار \vec{d}_1 را تعیین کنید. (ج) مؤلفه x و (د) مؤلفه y بردار \vec{d}_2 را تعیین کنید. (ه) مؤلفه x و (و) مؤلفه y بردار \vec{d}_3 را به دست آورید. (ز) مؤلفه x (ح) مؤلفه y (ط) بزرگی و (ی) جهت جابه‌جایی خالص ذره را مشخص کنید. اگر ذره مستقیماً به نقطه شروع برگردد، (ک) چه مسافتی (ل) و در چه جهتی باید حرکت کند؟

۵۰. در شکل ۳-۲۴، $a = ۴$ ، $b = ۳$ و $c = ۵$ است. (الف) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ، (ب) $\vec{a} \cdot \vec{c}$ و (ج) $\vec{b} \cdot \vec{c}$ را به دست آورید.

۵۱. قایقی، می‌خواسته ۹۰ کیلومتر به سمت شمال برود. اما به اشتباه $۵۰/۰\text{km}$ به سمت شرق حرکت کرده است. (الف) طول مسیر و (ب) جهتی که باید بپیماید تا به مقصد اولیه برسد را تعیین کنید.

۵۲. چهار بردار زیر مفروضند. (الف) جمع این چهار بردار را بر حسب بردارهای یک‌به‌دست آورید. (ب) بزرگی و (ج) زاویه بردار حاصل جمع را با محور x معین نمایید.

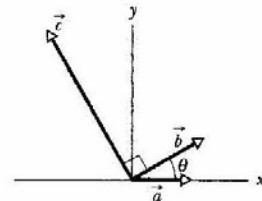
$\vec{P} = ۱۰/۰\text{m}$ طول و در جهت $۲۵/۰^\circ$ پادساعتگرد نسبت به x

$$\vec{C} = ۷/۰\hat{i} - ۸/۰\hat{j}$$

۴۱. بزرگی بردارهای \vec{A} و \vec{B} به ترتیب $۶/۰$ و $۷/۰$ واحد است و مقدار $\vec{A} \cdot \vec{B}$ برابر $۱۴/۰$ است. زاویه بین دو بردار \vec{A} و \vec{B} چه قدر است؟

۴۲. در ضرب برداری $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ ، مقدار $q = ۲$ ، $\vec{v} = ۲/۰\hat{i} + ۴/۰\hat{j} + ۶/۰\hat{k}$ و $\vec{F} = ۴/۰\hat{i} - ۲/۰\hat{j} + ۱۲\hat{k}$ است. اگر $B_x = B_y$ باشد، آن‌گاه بردار \vec{B} را بر حسب بردارهای یک‌به‌دست بنویسید.

۴۳. در شکل ۳-۲۵، بزرگی سه بردار $a = ۲/۰\text{m}$ ، $b = ۴/۰\text{m}$ و $c = ۱۰/۰\text{m}$ و زاویه $\theta = ۳۰/۰^\circ$ می‌باشد. (الف) مؤلفه x و (ب) مؤلفه y بردار \vec{a} را به دست آورید. (ج) مؤلفه x و (د) مؤلفه y بردار \vec{b} را به دست آورید. (ه) مؤلفه x و (و) مؤلفه y بردار \vec{c} را به دست آورید. اگر $\vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b}$ باشد (ز) مقدار p و (ح) مقدار q را به دست آورید.

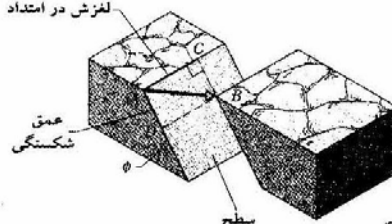


شکل ۳-۲۵ مسأله ۴۳

۴۴. دو بازارگر پساتومیم حساس حرکت می‌کنند. بازارگر ۱ جابه‌جایی $\vec{d}_1 = (۴/۰\text{m})\hat{i} + (۵/۰\text{m})\hat{j}$ و بازارگر ۲ جابه‌جایی $\vec{d}_2 = (-۲/۰\text{m})\hat{i} + (۴/۰\text{m})\hat{j}$ را انجام می‌دهند. (الف) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ (ب) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$ ، (ج) $(\vec{d}_1 + \vec{d}_2) \cdot \vec{d}_1$ و (د) مؤلفه \vec{d}_1 در امتداد \vec{d}_2 را به دست آورید. (راهنمایی: معادله ۳-۲۰ و شکل ۳-۲۰ را ببینید).

مسئله‌های تکمیلی

۴۵. رانش زمین و شکستگی صخره‌ها، حالتی است که در آن یک صخره شکسته شده و در محل شکستگی روی هم و به موازات سطح شکستگی می‌لغزند. این اتفاق هنگام زلزله‌ها روی می‌دهد. در شکل ۳-۲۳ نقاط A ، B قبل از شکستن بر هم منطبق بوده‌اند. AB را جابه‌جایی خالص، AC مؤلفه موازی سطح افق را خط شکستگی و AD مؤلفه قائم جابه‌جایی در امتداد شیب‌ترین خط صفحه شکستگی لغزش در امتداد



شکل ۳-۲۳ مسأله ۴۵

$$\vec{d}_r = -2/0\hat{i} - 4/0\hat{j} + 2/0\hat{k}$$

$$\vec{d}_p = 2/0\hat{i} + 3/0\hat{j} + 1/0\hat{k}$$

(الف) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_p + \vec{d}_r)$ (ب) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_p \times \vec{d}_r)$ (ج) $\vec{d}_1 \times (\vec{d}_p + \vec{d}_r)$ را به دست آورید.

۵۸. یک بازیکن گلف برای رسیدن به سوراخ هدف، سه حرکت انجام می دهد. ابتدا توپ را $3/66\text{m}$ به سمت شمال می برد. در گام دوم $1/82\text{m}$ به سمت جنوب شرق و در مرحله سوم $9/1\text{m}$ به سمت جنوب غربی می رود. (الف) بزرگی و (ب) جهت جابه جایی لازم برای این که توپ از نقطه شروع در گام اول به سوراخ هدف برسد را تعیین کنید.

۵۹. بردار \vec{a} را در جهت محور x ، بردار \vec{b} را در امتداد مثبت محور y و کمیت نردهای d را در نظر بگیرید. جهت \vec{b}/d را تعیین کنید، اگر d کمیتی: (الف) مثبت و (ب) منفی باشد. (ج) بزرگی $\vec{a} \cdot \vec{b}$ و (د) بزرگی $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{d}$ را به دست آورید. جهت بردار حاصل از: (ه) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ و (و) $\vec{b} \times \vec{a}$ را پیدا کنید. (ز) بزرگی بردار حاصل در قسمت (ه) چیست؟ (ح) بزرگی بردار حاصل در قسمت (و) چیست؟ (ط) بزرگی و (ی) جهت $\vec{a} \times \vec{b}$ اگر d مثبت باشد، کدام است؟

۶۰. بردار \vec{d} دارای بزرگی $2/5\text{m}$ و در جهت شمال است. (الف) بزرگی و (ب) جهت $4/0\vec{d}$ را تعیین کنید. (ج) بزرگی و (د) جهت $3/0\vec{d}$ کدام است؟

۶۱. بردار \vec{a} را در جهت شرق، \vec{b} را در جهت شمال و \vec{c} را در جهت بالا بگیرید. مقادیر حاصل ضرب های (الف) $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$ و (ب) $(-\vec{a}) \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$ را تعیین کنید. جهت از قبیل شرق یا پایین حاصل ضرب های (د) $\vec{a} \times \vec{b}$ و (ه) $(-\vec{a}) \times (\vec{b} \cdot \vec{c})$ کدام است؟

۶۲. دو جابه جایی، ۳ متری و ۴ متری را در نظر بگیرید. نشان دهید که بردارهای جابه جایی به چه شکلی با هم ترکیب شوند که بزرگی جابه جایی حاصل (الف) 7m (ب) 1m و (ج) 5m باشد.

۶۳. در شهر بوستون بانکی مورد سرقت قرار می گیرد (شکل ۳-۳۷). سارقین برای فرار از دست پلیس، با هلیکوپتر سه پرواز متوالی را انجام می دهند. ۳۲ کیلومتر در جهت 45° جنوب شرقی، ۵۳ کیلومتر در جهت 26° شمال از شرق و ۲۶ کیلومتر در جهت 18° شرقی از جنوب. در انتهای این سه مرحله، آن ها دستگیر می شوند. در کدام شهر آن ها گرفتار شده اند؟ (از روش های هندسی برای جابه جایی کل استفاده کنید).

\vec{Q} : $12/0\text{m}$ طول و در جهت $10/0^\circ$ پادساعتگرد نسبت به $+y$

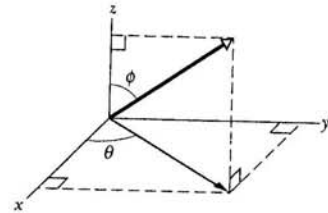
\vec{R} : $8/0\text{m}$ طول و در جهت $20/0^\circ$ ساعتگرد نسبت به $-y$

\vec{S} : $9/0\text{m}$ طول و در جهت $40/0^\circ$ پادساعتگرد نسبت به $-y$

۵۳. بردارهای \vec{A} و \vec{B} در صفحه xy واقع شده اند. بردار \vec{A} دارای بزرگی $8/0$ و زاویه 130° است. مؤلفه های بردار \vec{B} عبارتند از: $B_x = -7/72$ و $B_y = -9/20$. (الف) زاویه بین امتداد منفی محور y و بردار \vec{A} چه قدر است؟ (ب) زاویه بین امتداد منفی محور y و بردار حاصل ضرب $\vec{A} \times \vec{B}$ چه قدر است؟ (ج) زاویه بین امتداد منفی محور y و جهت بردار $\vec{A} \times (\vec{B} + 3/0\hat{k})$ چه قدر است؟

۵۴. سه بردار $\vec{d}_1 = 4/0\hat{i} + 5/0\hat{j} - 6/0\hat{k}$ ، $\vec{d}_2 = -1/0\hat{i} + 2/0\hat{j} + 3/0\hat{k}$ و $\vec{d}_3 = 4/0\hat{i} + 3/0\hat{j} + 2/0\hat{k}$ همه بر حسب متر مفروض هستند. (الف) بردار $\vec{r} = \vec{d}_1 - \vec{d}_2 + \vec{d}_3$ را به دست آورید. (ب) زاویه بین \vec{r} و جهت مثبت محور z کدام است؟ (ج) مؤلفه \vec{d}_1 در امتداد \vec{d}_2 کدام است؟ (د) مؤلفه \vec{d}_1 در امتداد عمود بر \vec{d}_2 و در صفحه \vec{d}_1 و \vec{d}_2 کدام است؟ (راهنمایی: در قسمت (ج) معادله $2-3$ و شکل ۳-۲۰ را در نظر بگیرید. در قسمت (د) معادله ۳-۲۷ را ببینید).

۵۵. بردارهای \vec{A} و \vec{B} در صفحه xy قرار دارند. بردار \vec{A} دارای بزرگی $8/0$ و زاویه 130° است. مؤلفه های بردار \vec{B} عبارتند از: $B_x = -7/72$ و $B_y = -9/20$. (الف) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ را حساب کنید. حاصل ضرب $4\vec{A} \times 3\vec{B}$ را: (ب) بر حسب بردارهای یکه بنویسید. (ج) بر حسب بزرگی و زاویه آن در مختصات کروی بنویسید. (به شکل ۳-۳۶ مراجعه کنید). (د) زاویه بین \vec{A} و $4\vec{A} \times 3\vec{B}$ را به دست آورید. (راهنمایی: قبل از شروع به محاسبه کمی فکر کنید). حاصل $\vec{A} + 3/0\hat{k}$ را: (ه) بر حسب بردارهای یکه بنویسید و (و) بر حسب اندازه و جهت آن در مختصات کروی بنویسید.



شکل ۳-۳۷ مسأله ۵۵

۵۶. بردار \vec{d}_1 در جهت منفی محور y و بردار \vec{d}_2 در جهت مثبت محور x است. جهت (الف) $\vec{d}_1/4$ و (ب) $\vec{d}_1/(-4)$ چیست؟ بزرگی حاصل ضرب (ج) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$ و (د) $(\vec{d}_1/4) \cdot (\vec{d}_2/4)$ چیست؟ جهت بردار حاصل از: (ه) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ و (و) $\vec{d}_2 \times \vec{d}_1$ را به دست آورید. بزرگی حاصل ضرب برداری (ز) قسمت (ه) و (ح) را به دست آورید. (ی) بزرگی و (ک) جهت $\vec{d}_1 \times (\vec{d}_2/4)$ را معین کنید.

۵۷. سه بردار زیر بر حسب متر تعریف شده اند:

$$\vec{d}_1 = -2/0\hat{i} + 3/0\hat{j} + 2/0\hat{k}$$

در جهت شرق طی می‌کند. (الف) بزرگی و (ب) جهت حرکت کلی این شخص از شروع تا پایان حرکت را به دست آورید. (ج) مسافتی را که طی کرده است به دست آورید. (د) کدام یک بزرگتر است، مسافت طی شده یا بزرگی بردار جابه‌جایی؟

۶۷. اگر $\vec{a} = \Delta/\hat{i} + 4/\hat{j} - 6/\hat{k}$ ، $\vec{b} = -2/\hat{i} + 2/\hat{j} + 3/\hat{k}$ و $\vec{c} = 4/\hat{i} + 2/\hat{j} + 2/\hat{k}$ باشد بردار $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ را بر حسب بردارهای یک‌بنویسید. (ب) زاویه بین \vec{a} و امتداد مثبت محور Z را به دست آورید. (ج) مؤلفه \vec{a} در امتداد \vec{b} را تعیین کنید. (د) مؤلفه‌های \vec{a} که در صفحه \vec{a} و \vec{b} قرار دارد و بر عمود است کدام است؟ (راهنمایی: برای قسمت (ج) از معادله $2 - 3$ و شکل $3 - 2$ استفاده کنید و برای قسمت (د) به معادله $27 - 3$ رجوع کنید).

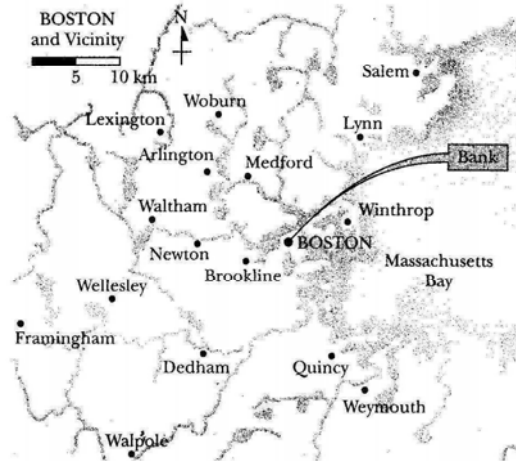
۶۸. اگر $\vec{a} - \vec{b} = 2\vec{c}$ ، $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ و $\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ باشد، (الف) \vec{a} و (ب) \vec{b} کدامند؟

۶۹. شخصی تابلویی را با خود حمل می‌کند، او حرکت خود را از مبدأ دستگاه مختصات xyz آغاز می‌کند که صفحه xy آن افقی است. او 40 متر در جهت منفی محور x می‌رود سپس 20 متر در مسیر عمود و در سمت چپ پیش می‌رود. آن‌گاه 25 متر نیز به طرف بالای یک آب‌نما حرکت می‌کند. (الف) جابه‌جایی کل تابلو بر حسب بردارهای یک‌بنویسید. (ب) تابلو سقوط می‌کند و به پایین آب‌نما می‌افتد. بزرگی بردار جابه‌جایی کل تابلو از آغاز تا انتهای حرکت چه قدر است؟

۷۰. بردار \vec{d} در جهت جنوب و بزرگی آن $2/0m$ است. (الف) بزرگی و (ب) جهت بردار $5/0\vec{d}$ چیست؟ (ج) بزرگی و (د) جهت بردار $2/0\vec{d}$ چیست؟

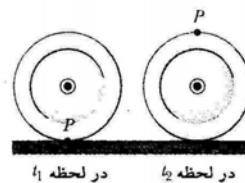
۷۱. اگر \vec{B} را با \vec{A} جمع کنیم حاصل $1/0\hat{i} + 6/0\hat{j}$ خواهد شد. اگر \vec{B} را از \vec{A} کم کنیم حاصل تفریق $4/0\hat{i} + 7/0\hat{j}$ است. بزرگی بردار \vec{A} چه قدر است؟

۷۲. مورچه‌ای بر روی یک سطح تخت، سه جابه‌جایی را انجام می‌دهد. \vec{d}_1 برابر $0/40m$ در جهت جنوب غربی (یعنی 45° از امتداد مستقیم جنوبی یا امتداد مستقیم غربی). \vec{d}_2 برابر $0/50m$ به سمت شرق. \vec{d}_3 برابر $0/60m$ و در جهت 60° شمال شرقی. جهت مثبت x را شرق و جهت مثبت y را شمال بگیرد. (الف) مؤلفه x و (ب) مؤلفه y بردار \vec{d}_1 کدام است؟ (ج) مؤلفه x و (د) مؤلفه y بردار \vec{d}_2 کدام است؟ (ه) مؤلفه x و (و) مؤلفه y بردار \vec{d}_3 کدام است؟ (ز) مؤلفه x ، (ح) مؤلفه y ، (ط) بزرگی و (ی) جهت جابه‌جایی کل مورچه را تعیین کنید. اگر مورچه به‌طور مستقیم به نقطه آغاز حرکتش برگردد، (ک) طول مسیر و (ل) جهت حرکت او را تعیین کنید.



شکل ۳-۳۸ مسأله ۶۳

۶۴. چرخه به شعاع 45 سانتی‌متر روی یک سطح افقی بدون لغزش مطابق شکل $3 - 24$ می‌چرخد. P نقطه‌ای رنگی روی لبه چرخ است. در زمان t_1 نقطه P در تماس با سطح است. در زمان بعدی t_2 چرخ، نصف یک دور کامل رازده است. (الف) بزرگی و (ب) زاویه (نسبت به کف) جابه‌جایی نقطه P چه قدر است؟



شکل ۳-۳۹ مسأله ۶۴

۶۵. در یک دستگاه مختصات xy بردار \vec{A} دارای بزرگی $12/0m$ و جهت آن با امتداد مثبت محورهای x زاویه‌ای 60° در جهت پادساعتگرد می‌سازد. هم‌چنین بردار $\vec{B} = (12/0m)\hat{i} + (8/00m)\hat{j}$ در همان دستگاه مختصات قرار دارد. اکنون این دستگاه مختصات را در جهت پادساعتگرد به اندازه 20° می‌چرخانیم تا دستگاه مختصات جدید $x'y'$ شکل بگیرد. (الف) بردار \vec{A} و (ب) بردار \vec{B} را بر حسب بردارهای یک‌دستگاه جدید بنویسید.

۶۶. شخصی 250 متر را در جهت 30° شمال شرقی حرکت می‌کند و سپس 175 متر را