بنام خدا

تکلیف اول درس پدیده های انتقال

۱- بردار **v** دارای مؤلفه های $v_x = 2,\ v_y = 3,\ v_z = -4$ و بردار w دارای مؤلفه های $w_x = 2,\ w_y = -1,\ w_z = 3$ می باشد. عبارت های زیر را محاسبه نمائید:

$$a)\ (\vec{v}.\vec{w}) \quad ,b)\ [\vec{v}\times\vec{w}] \quad ,c)(\vec{\delta}_2.\vec{v}) \quad ,d)\ [\vec{\delta}_3\times\vec{w}] \quad ,e)\ angle between \vec{v}\ and\ \vec{w}$$

۲- برابری تساوی زیر را اثبات کنید:

$$([\vec{v}\times\vec{w}].[\vec{v}\times\vec{w}])+(\vec{v}.\vec{w})^2 = v^2w^2$$

۳- مؤلفه های تنسور متقارن **τ** و بردار **v** بصورت زیر داده شده است:

$$v_{ij} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad , \quad \tau_{ij} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

ترمهای زیر را محاسبه نمائید.

$$a)\ [\vec{\tau}.\vec{v}],\quad b)\ [\vec{v}.\vec{\tau}],\quad c)\ (\vec{\tau}:\tau),\quad d)\ (\vec{v}.[\vec{\tau}.\vec{v}]),\quad e)\ \vec{v}\vec{v}$$

۴- اگر **α** یک تنسور متقارن ($\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$) و **β** یک تنسور ضد متقارن ($\beta_{ij} = -\beta_{ji}$) باشد، نشان دهید که ضرب دو نقطه ای این دو تنسور برابر با صفر است.

۵- یک فضای برداری را غیر چرخشی گویند اگر Curl آن بردار برابر با صفر باشد. با توجه به این تعریف، کدامیک از بردارهای زیر چرخشی و کدامیک غیرچرخشی می باشند (α یک عدد ثابت است).

$$a)\begin{bmatrix} \alpha y \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\quad b)\begin{bmatrix} \alpha x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\quad c)\begin{bmatrix} \alpha y \\ \alpha x \\ 0 \end{bmatrix},\quad d)\begin{bmatrix} -\alpha y \\ \alpha x \\ 0 \end{bmatrix}$$

۶- اگر **r** نشان دهنده بردار مکان (دارای مؤلفه های x_1 ، x_2 و x_3 و اندازه r) و **v** نشان دهنده هر بردار تابع مکان باشد، تساوی های زیر را اثبات کنید.

$$a)\ (\vec{\nabla}.\vec{r}) = 3,\quad b)[\vec{\nabla}\times\vec{r}] = 0,\quad c)\ [\vec{r}\times[\vec{\nabla}.\vec{v}\vec{v}]] = [\vec{\nabla}.\vec{v}[\vec{r}\times\vec{v}]],\quad d)\ \vec{\nabla}f(r) = \frac{1}{r}\frac{df}{dr}\vec{r}$$

۷- مؤلفه های عبارت زیر را در مختصات کارتزین بدست آورید.

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\vec{v} = -[\vec{\nabla}.\rho\vec{v}\vec{v}] - \vec{\nabla}p - [\vec{\nabla}.\vec{\tau}] + \rho\vec{g}$$

۸- عبارت های زیر را در مختصات ذکر شده بدست آورید.

$$a)\ (\vec{\nabla}.\vec{v}),[\vec{\nabla}\times\vec{v}]\ in\ spherical,\quad b)\ \vec{\nabla}\vec{v},[\vec{\nabla}.\vec{\tau}]\ in\ cylindrical$$

مهلت : ۲ هفته

موفق باشید