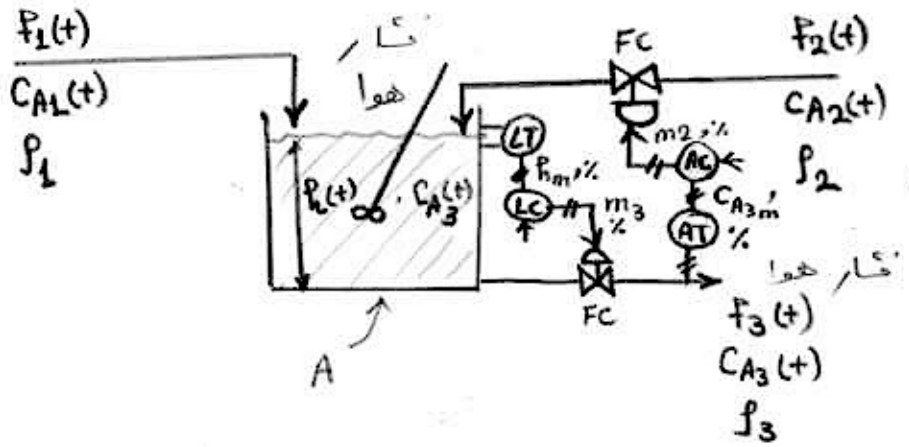
* مثال دوم (موازنه جرم جزئی بدون واکنش): فرآیند زیر را در نظر بگیرید.



$$\begin{cases} F_i = \frac{m^3}{min}, & i=1,2,3 \\ C_{Ai} = \frac{kmol\ A}{m^3}, & i=1,2,3 \\ h = m, \quad A = m^2 \\ \rho_i = \frac{kg}{m^3}, & i=1,2,3 \end{cases}$$

دراین تانک توسط دو جریان F_1 و F_2، مخلوط دو جزئی A و B با غلظت های متفاوت وارد شده و پس از اختلاط از آن خارج می شوند. مدل فرآیند فوق را تعیین کنید.

- فرضیات:

۱) دمای فرآیند ثابت است (ایزوترم).

۲) سیال داخل تانک کاملاً همزده می باشد.

۳) شیرهای کنترل از نوع FC (Fail- close) با زمان رخط و دینامیک ناچیز می باشند.

۴) سنسور اندازه گیری ارتفاع مایع دارای زمان رخط و دینامیک ناچیز است.

۵) سنسور اندازه گیری غلظت دارای زمان رخط ثابت τ_T و زمان مرده t_0 می باشد.

۶) دانسیته جریان ها ثابت و تقریباً یکسان است: ($\rho_1 \approx \rho_2 \approx \rho_3 = \rho$)

- با نوشتن موازنه جرم کل حول تانک داریم:

$$\frac{d(Ah\rho)}{dt} = F_1\rho + F_2\rho - F_3\rho \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{1}{A}(F_1 + F_2 - F_3) \quad (I)$$

(جرم سیال)

- با نوشتن موازنه جرم جزئی (مصرف مولی) حول تانک برای جزء A داریم:

$$\frac{d(C_{A3}\,Ah)}{dt} = F_1C_{A1} + F_2C_{A2} - F_3C_{A3} = A\left[C_{A3}\frac{dh}{dt} + h\frac{dC_{A3}}{dt}\right]$$

(مول جزء A)

با جایگزینی معادله اول در معادله فوق داریم:

$$A\rho \frac{dC_{A3}}{dt} = -AC_{A3}\left[\frac{1}{A}(f_1+f_2-f_3)\right] + f_1 C_{A1} + f_2 C_{A2} - f_3 C_{A3}$$

$$= f_1 (C_{A1} - C_{A3}) + f_2 (C_{A2} - C_{A3})$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dC_{A3}}{dt} = \frac{1}{A\rho}\left[f_1 (C_{A1} - C_{A3}) + f_2 (C_{A2} - C_{A3})\right] \quad (II)$$

- معادله دبی عبوری از شیر کنترل خوراک:

$$f_2 = C_{v_{2max}} \left(\frac{m_2}{100}\right) \sqrt{\frac{\Delta P_{v_2}}{sp.gr}} \quad (III)$$ (FC)

$$\begin{cases} \text{Fail-close (FC)}: V_p = \frac{m}{100} \\ \text{Fail-open (Fo)}: V_p = 1 - \frac{m}{100} \end{cases}$$

$\left(C_{v_{imax}} : \frac{m^3/min}{\sqrt{kPa}},\ i = 2,3\right)$, $\Delta P_{v_2} : kPa$

- معادله دبی عبوری از شیر کنترل محصول:

$$f_3 = C_{v_{3max}} \left(\frac{m_3}{100}\right) \sqrt{\frac{\rho g h}{1000 \cdot sp.gr}} \quad (IV)$$

- معادله سنسور ارتفاع مایع:

$$h_m(t) = \left(\frac{h(t) - h_{min}}{h_{max} - h_{min}}\right) \times 100 \quad (V)$$

- معادله سنسور اندازه‌گیری غلظت محصول:

$$\tau_m \frac{dC_{A3m}}{dt} + C_{A3m} = \left[\frac{C_{A3}(t-t_0) - C_{A3min}}{C_{A3max} - C_{A3min}}\right] \times 100 \quad (VI)$$

بنابراین مدل فضای حالت فرآیند معادلات (I) و (II) و (VI) می‌باشد.

$X^T = [h,\ C_{A3},\ C_{A3m}]$ ، "بردار متغیرهای حالت"

$U^T = [m_2,\ m_3]$ ، "بردار متغیرهای کنترل"

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X,U,D) \\ y = g(X) \end{cases}$$

$D^T = [f_1,\ C_{A1},\ C_{A2}]$ "بردار متغیرهای اغتشاش"

$y^T = [h_m,\ C_{A3m}]$ "بردار متغیرهای خروجی"

- حال با انتخاب مقادیر عددی پارامترهای سیستم، مرتبان مدل را به ازای ورودی‌های مختلف بصورت عددی حل نمود (شبیه سازی). مقادیر عددی پارامترهای سیستم عبارتند از:

A (سطح مقطع تانک) $= 3.0\ m^2$

$C_{v_{2max}}$ (حداکثر ظرفیت شیر کنترل خودکار) $= 0.10\ \frac{m^3/min}{\sqrt{kPa}}$

$C_{v_{3max}}$ (حداکثر ظرفیت شیر کنترل محصول) $= 0.63$ "

ΔP_{v_2} (افت فشار شیر کنترل خودکار) $= 50\ kPa$

$sp.gr$ (چگالی ویژه سیال) $= 0.8$

ρ (دانسیته سیال) $= 800\ kg/m^3$

g (ثقل جاذبه) $= 9.81\ m/s^2$

h_{min} (حداقل ارتفاع مایع در تانک) $= 0$

h_{max} (حداکثر ارتفاع مایع در تانک) $= 4.0\ m$

C_{A3min} (حداقل غلظت A در تانک) $= 6.0\ kmol\,A/m^3$

C_{A3max} (حداکثر غلظت A در تانک) $= 12.5\ kmol\,A/m^3$

τ_T (ثابت زمانی سنسور غلظت) $= 5.0\ min$

t_0 (زمان مرده سنسور غلظت) $= 2.0\ min$

- با حل معادلات مدل فرآیند در حالت پایا مقادیر زوج متغیرهای حالت به ازای مقادیر زوج متغیرهای ورودی بصورت زیر حاصل می‌گردد:

مقادیر زوج متغیرهای ورودی:

$\bar{m}_2$ (مقدار پایای سیگنال کنترل غلظت) $= 50\ \%$

$\bar{m}_3$ (مقدار پایای سیگنال کنترل سطح) $= 50\ \%$

$\bar{F}_1$ (مقدار پایای دبی خوراک اول) $= 1.0\ m^3/min$

$\bar{C}_{A1}$ (مقدار پایای غلظت خوراک اول) $= 5.0\ kmol/m^3$

$\bar{C}_{A2}$ (مقدار پایای غلظت خوراک دوم) $= 20\ kmol/m^3$

$\Rightarrow$ حالت

مقادیر زوج متغیرهای حالت:

$\bar{h} = 2.0\ m$

$\bar{C}_{A3} = 9.2495\ \frac{kmol}{m^3}$

$\bar{C}_{A3m} = 49.9923\ \%$

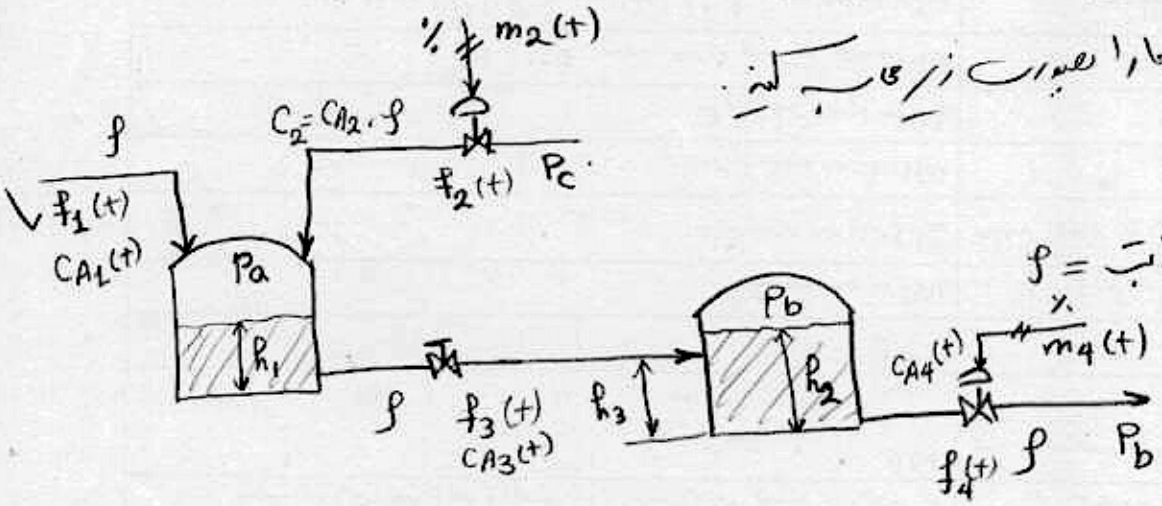
فایل شبیه سازی در نرم افزار Simulink در صفحه خانگی مقصد دوباشه

{ فایل شبیه ساز: modeling_example2.slx
فایل مقدار دهی اولیه: example2_mokel.m }

راهنمایی درباره حل تکلیف دوم

$$\rho = C_1 M_1 \approx C_2 M_2 \approx C_3 M_3$$
$$\rho_1 \quad \rho_2 \quad \rho_3$$

- موازنه جرم کل حول تانک اول و دوم را جزء بنویسید.
- موازنه جرم جزء (جزء A) حول تانک اول و دوم را صوری (برحسب C_{Ai}) بنویسید.
- توجه: نیازی به تبدیل واحد به کسر مولی نمی‌باشد.
- در صورتی از شیرها را بصورت زیر می‌باشد کنید.



ρ = آب ، sp.gr = ✓

P_b = فشار هد

$f_2, f_3, f_4 = ?$

$$f_2(t) = C_{v_{2max}} \left(\frac{m_2}{100}\right) \sqrt{\frac{(P_c - P_a)}{sp.gr}}$$

یادآوری: فشار سر $= P_a + \rho g h_1 / 1000$

فشار خروج $= \begin{cases} P_b + \rho g (h_2 - h_3)/1000 & \text{if } h_2 > h_3 \\ P_b & , \ h_2 \leq h_3 \end{cases}$

$\Delta P_r =$ فشار خروج − فشار سر

$$\Rightarrow f_3(t) = C_{v_{3max}} V_{P_3}(t) \sqrt{\frac{|\Delta P_r|}{sp.gr}} \ \text{sign}(\Delta P_r)$$

بطور مشابه داریم:

$$f_4(t) = C_{v_{4max}} \left(\frac{m_4}{100}\right) \sqrt{\frac{\rho g h_2 / 1000}{sp.gr}}$$