

فلسفه ریاضی چیست؟

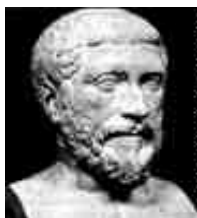
محمد صال مصلحیان

<http://profsite.um.ac.ir/~moslehian/>

ریاضیات در لااقل دو جهت قابل توسعه است، یکی به سوی ریاضیات عالی و ساختارهایی با پیچیدگی متزاید و دیگری به سوی مبانی ریاضیات و شالوده‌هایی با تجرد و سادگی هر چه بیشتر. جهت اخیر، فلسفه ریاضی را مشخص می‌کند. در فلسفه ریاضی می‌خواهیم به چستی ریاضیات پردازیم و بنیادهایی برای آن (البته در صورت وجود) بیابیم، عمل ریاضی ورزیدن خود را (شامل اکتشاف ریاضی، کاربرد ریاضی و آموزش ریاضی) توصیف و ارزش‌گذاری کنیم، معرفت ریاضی را صراحت بخشیم، به رابطه بین ریاضیات و دنیای طبیعی و این که آیا ریاضیات ارائه دهنده حقایق تردیدناپذیر است یا خیر پردازیم، منطق استدلال‌ها را شناسایی کنیم، تلاش نماییم به تجارب و آگاهی‌های خود معنی، عمق و نظم بخشیم و بالاخره جایگاه ریاضیات را در میان معارف بشری مشخص کنیم که البته تمام این‌ها، اندیشه می‌طلبد و این کتاب در مورد جنبه‌هایی از آن‌ها به کنکاش می‌پردازد.

در ابتدا اجازه دهید از بحران‌های اساسی که ریاضیات در دوران زندگی‌ش پشت سر گذاشته است یاد کنیم: بحران اول در قرن پنجم قبل از میلاد و در زمان فیثاغورس روی داد. فیثاغورس یک انجمن برادری تأسیس کرد. اعضای این انجمن موسوم به فیثاغوریان معتقد بودند که هر دو کمیت همجنس متوافق

هستند یعنی مقیاس واحدی وجود دارد که در هر دو به تعداد صحیح می‌گنجد، یا به عبارت دیگر نسبت هر دو کمیت همجنس یک عدد گویاست. اما کشف غیرمنتظره نامتوافق بودن قطر و ضلع یک مربع، اساس حکمت فیثاغوری را که مبتنی بر ایده شناخت جهان به کمک اعداد طبیعی و نسبت این اعداد با هم بود متزلزل کرد. این بحران توسط انودوکسوس یونانی در ۳۷۰ ق.م با ارائه یک نظریه دقیق در مورد



فیثاغورس

کمیت‌ها و تناسب‌ها، برطرف گردید.

بحران دوم در اواخر قرن هفدهم و بعد از کشف حسابان توسط نیوتن و لایب‌نیتز و به دنبال کاربردپذیری چشمگیر آن روی داد. قدرت «ابزار» حسابان، دقت در مبانی آن را تحت تأثیر قرار داده بود ولی به زودی و به ویژه با انتقادهای اسقف بارکلی سستی پایه‌های حسابان آشکار گردید. بنیان آنالیز (شامل حسابان) در قرن نوزدهم با کارهای کوشی، وایرستراس و دیگران در ارائه نظریه‌های دقیق حد، پیوستگی، مشتق‌پذیری و انتگرال‌پذیری بازسازی شد و این بحران مرتفع گردید.

در اواخر قرن نوزدهم، بحران سوم، با ضربه به شهود بصری توسط خم فضا پرکن پنانو، منحنی پیوسته هیچ‌جا مشتق‌پذیر و ایرشتراس و تابعی حقیقی که روی اعداد اصم و فقط روی این اعداد پیوسته است، شروع شد و با کشف پارادوکس‌های راسل و کانتور که مبانی نظریه مجموعه‌ای ریاضیات

را به لرزه در آوردند، ادامه یافت. این بحران منجر به بازنگری در نظریه مجموعه‌های کانتور و ارائه نظریه مجموعه‌های بسیار دقیق‌تر به عنوان بنیان ریاضیات و نیز تکوین منطق ریاضی شد و متعاقب آن مکاتب گوناگون پدید آمدند.



جورج کانتور

شالوده این بحران‌ها را شک (به خصوص نسبت به بنیان‌های نظری و کارآمدی نظریه‌های موجود) تشکیل می‌داد. به زعم نگارنده، تشکیک آراء گذشتگان اساس بسیاری از نوآوری‌ها، اکتشاف‌ها، باروری اندیشه و ژرف نگری در علم و فلسفه است. کوپرنیک به مرکزیت زمین، گالیله به سقوط سریع‌تر اجسام سنگین‌تر، لوکازییه‌ویچ به قانون طرد شق ثالث، لوباجفسکی به اصل پنجم اقلیدس، همیلتون به

خاصیت جابجایی ضرب و ... شک کردند. شک به یقین‌هایی همچون عدم $\sqrt{-1}$ (ارائه شده توسط کاردان)، وجود اتر، عدم مقادیر بی‌نهایت کوچک (ارائه شده توسط بارکلی)، وجود فقط پنج سیاره در منظومه شمسی، عدم مجموعه‌های بدون مساحت در صفحه، کوچکتز بودن جزء از کل و ... علم را دگرگون ساخت (در این جا یقین شامل بدیهیات، اصول و حکم‌های عقل سلیم نیز می‌باشد). تاریخ نشان داده است یقینی که بدون گذشتن از پل شک به دست آمده باشد کم‌ارزش است؛ بازگشت از یقین، بزرگترین امتحان روح آزاد است. شک، سوال برانگیز و دردآور است و فلسفه را به خاطر این سوالات و نه لزوماً یافتن پاسخ، مطالعه می‌کنیم. زندگی فقط زیستن در جواب سوالات نیست، بلکه همزیستی با سوالات حل نشده نیز می‌باشد. جهان برای کسی که سوالی ندارد متناهی، کراندار، معقول، همراه با اصول بدیهی و حقایق معین بوده و در نتیجه آرامش بخش است!

